PHAN NHẬT LINH

# XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN 2025

File word

**Giải chi tiết cho giáo viên**

---

Liên hệ Zalo

**0817. 098 .716**

CHƯƠNG 6

# XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

## BÀI 01 XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

### A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 1 Xác suất có điều kiện

**Định nghĩa:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Xác suất của biến cố $A$, tính trong điều kiện biết rằng biến cố $B$ đã xảy ra được gọi là xác suất của $A$ với điều kiện $B$ và kí hiệu là $P(A|B)$.

Xác suất có điều kiện có thể được tính theo công thức sau:

Cho hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, với $P(B)>0$ thì khi đó: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

#### 2 Công thức nhân xác suất

**Định nghĩa:** Vậy với hai biến cố $A$ và $B$ bất kì ta có:

$$P(AB)=P(B).P(A|B)$$

Công thức trên được gọi là công thức nhân xác suất.

Vì $AB=BA$ nên với hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, ta cũng có:

$$P(AB)=P(A).P(B|A)$$

Nếu $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì:

$$P(AB)=P(A).P(B)$$

# B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Dạng 1: Tính xác suất có điều kiện

**Phương pháp:**

- Cho hai biến cố $A$ và $B$. Xác suất của biến cố $A$, tính trong điều kiện biết rằng biến cố $B$ đã xảy ra được gọi là xác suất của $A$ với điều kiện $B$ và kí hiệu là $P(A|B)$.
- Sử dụng định nghĩa để tính xác suất có điều kiện (áp dụng với các bài có thể tính được số phần tử của các biến cố).
- Cho hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, khi đó: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Một hộp có $20$ viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi $A$ là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; $B$ là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\overline{B})$.

**Bài tập 2:** Chứng tỏ rằng nếu $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì $P(\overline{A}|B)=P(\overline{A})$ và $P(A|\overline{B})=P(A)$.

**Bài tập 3:** Có hai hộp chứa các thẻ được đánh số. Hộp thứ nhất có các thẻ được đánh số từ 1 đến 4, hộp thứ hai có các thẻ được đánh số từ 5 dến 6. Các thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Phương lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Sau đó bạn lại lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai. Liệt kê các kết quả của phép thử biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn.

**Bài tập 4:** Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi trong hộp, không trả lại. Sau đó Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh nếu biết rằng Sơn đã lấy được bút bi đen.

**Bài tập 5:** Thư viện của một trường THPT có $60\%$ tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

**Bài tập 6:** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi $A$ là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; $B$ là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng". Tính $P(A|\overline{B})$.

**Bài tập 7:** Một cầu thủ bóng đá có tỷ lệ sút Penalty không dẫn đến bàn thắng là $25\%$ và tỷ lệ sút Penalty bị thủ môn cản phá là $20\%$. Cầu thủ này sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ này, biết rằng cầu thủ sút không dẫn đến bàn thắng.

**Bài tập 8:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có $52\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có $39\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.

a) Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.

b) Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.

**Bài tập 9:** Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.

**Bài tập 10:** Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là $60\%$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là $90\%$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là $15\%$.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

**Bài tập 11:** Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đặt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Câu 2:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,3; P(B)=0,6; P(A\cap B)=0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Câu 3:** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố $A$ là " thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3". Số các kết quả thuận lợi của biến cố $A$ là

**A.** $3$. **B.** $2$ **C.** $4$. **D.** $1$.

**Câu 4:** Cho hai biến độc lập $A,B$ với $P(A)=0,8$; $P(B)=0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

**A.** $0,8$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,6$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,7; P(AB)=0,3$. Tính $P(A/B)$

**A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

**Câu 6:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(B)=0,7$; $P(A\cap B)=0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

**A.** $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{50}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

**Câu 7:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4$; $P(B|A)=0,6$ thì $P(A\cap B)$ bằng:

**A.** $\frac{6}{25}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $1$.

**Câu 8:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4$; $P(B|A)=0,3$ thì $P(AB)$ bằng:

**A.** $\frac{3}{25}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

**Câu 9:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(B)=0,5$; $P(AB)=0,3$ thì $P(\overline{A}B)$ bằng:

**A.** $\frac{3}{20}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

**Câu 10:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(B)=0,5$, $P(A\cap B)=0,2$. Tính $P(\overline{A}\setminus B)$.

**A.** $0,4$. **B.** $0,1$. **C.** $0,6$. **D.** $0,3$.

**Câu 11:** Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

**A.** $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

**Câu 12:** Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là $0,5$ và dự án thứ hai là $0,6$. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.

**A.** $0,3$. **B.** $0,7$. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Vậy xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất là $0,6$.

**Câu 13:** Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Trong bài kiểm tra môn Toán cả lớp có 22 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 học sinh nam và 12 học sinh nữ). Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ danh sách lớp. Tính xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{15}$.

**Câu 14:** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn $4$, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

**A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Câu 15:** Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có $86\%$ khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có $25\%$ số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.

**A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $0,86$. **C.** $\frac{30}{43}$. **D.** $\frac{25}{86}$.

**Câu 16:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(B)=0,4$ và $P(AB)=0,1$. Tính $P(A|B)$

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

**Câu 17:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,3$, $P(B)=0,7$ và $P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}B)$

**A.** $0,35$. **B.** $0,3$. **C.** $0,65$. **D.** $0,55$.

**Câu 18:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,8;P(A/B)=0,5$. Tính $P(AB)$

**A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $0,4$ **C.** $0,8$. **D.** $0,5$.

**Câu 19:** Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

**A.** $\frac{1}{10}$ **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

**Câu 20:** Lớp 12A có $30$ học sinh, trong đó có $17$ bạn nữ còn lại là nam. Có $3$ bạn tên Hiền, trong đó có $1$ bạn nữ và $2$ bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên $1$ bạn lên bảng. Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

**A.** $\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{3}{17}$ **C.** $\frac{17}{30}$. **D.** $\frac{13}{30}$.

**Câu 21:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,2$; $P(B)=0,8$ và $P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}B)$ có kết quả là

**A.** $P(\overline{A}B)=0,9$. **B.** $P(\overline{A}B)=0,6$. **C.** $P(\overline{A}B)=0,04$. **D.** $P(\overline{A}B)=0,4$.

**Câu 22:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(B)>0$ và $P(A|B)=0,7$. Tính $P(\overline{A}|B)$ có kết quả là

**A.** $P(\overline{A}|B)=0,5$. **B.** $P(\overline{A}|B)=0,6$. **C.** $P(\overline{A}|B)=0,3$. **D.** $P(\overline{A}|B)=0,4$.

**Câu 23:** Một hộp chứa bốn viên bi cùng loại ghi số lần lượt từ 1 đến $4$. Bạn Mạnh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi, bỏ viên bi đó ra ngoài và lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Không gian mẫu của phép thử đó là

**A.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)\}$.

**B.** $\Omega=\{(1,2);(1,1);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$

**C.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(1,1);(3,4);(4,4);(3,3)\}$.

**D.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$.

**Câu 24:** Một lớp học có $40$ học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có $30$ học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

**Câu 25:** Một công ty bất động sản đấu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đấu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là $0,7$ và mảnh đất số 2 là $0,8$. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

**A.** $0,8$. **B.** $0,7$. **C.** $0,75$. **D.** $0,6$.

**Câu 26:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(A)=0,85$, $P(B)=0,7$, $P(A\overline{B})=0,58$. Tính $P(\overline{A}B)$.

**A.** $0,39$. **B.** $0,37$. **C.** $0,43$. **D.** $0,52$.

**Câu 27:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Câu 28:** Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là

**A.** $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

**Câu 29:** Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

**A.** $\frac{1}{458}$. **B.** $\frac{1}{285}$. **C.** $\frac{1}{870}$. **D.** $\frac{1}{435}$.

**Câu 30:** Trong hộp có 3 cây bút xanh và 7 bút đỏ. An lấy lần lượt 2 lần, mỗi lần lấy 1 cây bút và không hoàn lại hộp. Xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là bút đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng là bút đỏ là?

**A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

**Câu 31:** Một hộp có 10 viên bi trắng và 15 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp và không trả lại. Lần thứ hai lẫy ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: "Lần thứ hai lấy được 1 viên bi trắng"

B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ”. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{7}{30}$.

**Câu 32:** Trong đợt khảo sát về sức khỏe của một công ty có $100$ người trong đó có $60$ nam và $40$ nữ người ta thấy có 30 người nam bị bệnh đau dạ dày và có 10 người nữ bị bệnh đau dạ dày. Chọn ngẫu nhiên một người từ công ty đó. Tính xác suất người đó bị bệnh đau dạ dày biết người đó là nữ.

**A.** $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

**Câu 33:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(B)=0,8$, $P(AB)=0,4$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $2$.

**Câu 34:** Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ.

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$. **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

**Câu 35:** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

**A.** $\frac{9}{16}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{21}{80}$.

**Câu 36:** Cho hai xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó.

Xét các biến cố:

A: “Tổng số chấm trên hai xúc xắc bằng 7”;

B: “Xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm”.

Tính $P(A|B)$.

**A.** $6$. **B.** $36$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Câu 37:** Cho hai đồng xu cân đối và đồng chất. Tung lần lượt đồng xu trong hai đồng xu đó.

Xét các biến cố:

A: “Đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa”;

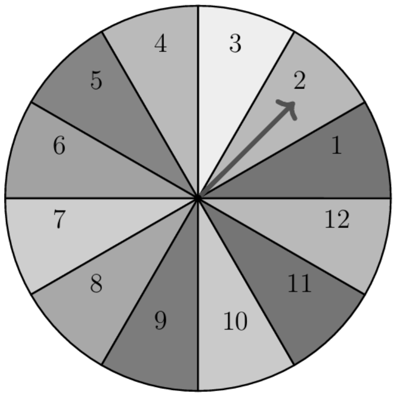
B: “Đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp”.

Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:




Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên.

Gọi $A$ là biến cố "An quay được số chia hết cho 3 "; $B$ là biến cố "An quay được số chia hết cho 5 "; $C$ là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A, B, C$ lần lượt là $48, 24, 72$.

c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{1}{12}$.

**Câu 2:** Một hộp đựng 10 quả cầu đỏ và 8 quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi $A$ là biến cố " Hùng lấy được quả cầu đỏ", $B$ là biến cố "Lâm lấy được một quả cầu đỏ". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$.

b) $P(B \mid A)$ bằng $\frac{9}{17}$.

c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$.

d) $P(B \mid \overline{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

**Câu 3:** Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

$A$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

$B$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=\frac{5}{10}$.

b) $P(B)=\frac{7}{20}$.

c) $P(A|B)=0,75$.

d) $P(B|A)=0,48$.

**Câu 4:** Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là $0,3$.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là $0,5$.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là $32\%$.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A,B$ có xác suất lần lượt là $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{3}{5}$ và $P(AB)=\frac{1}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $P(\overline{A})=\frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố $B$ với điều kiện $A$ là $P(B|A)=\frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A\cup B$ là $P(A\cup B)=1$.

d) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ với điều kiện $\overline{B}$ là $P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{1}{2}$.

**Câu 6:** Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là $0,3$. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và dự án 2 là $0,5$. Gọi $A,B$ lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $A,B$ là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là $0,6$.

c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là $0,2$.

**Câu 7:** Một công ty kim cương thống kê có $60\%$ người mua kim cương là nam, có $40\%$ số người mua kim cương là nam trên $50$ tuổi và $30\%$ số người mua kim cương là nữ trên $50$ tuổi ( giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là $0,4$.

b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên $50$ tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên $50$ tuổi là $\frac{3}{4}$.

d)Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên $50$ tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên $50$ tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

**Câu 8:** Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là $0{,}8$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là $0{,}2$.

b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $0{,}32$.

c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $0{,}16$.

d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là $0{,}12$.

**Câu 9:** Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

**Câu 10:** Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi $A$ là biến cố: “Hùng lấy được viên bi màu đỏ”, $B$ là biến cố: “Nam lấy được viên bi màu xanh”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Với $\Omega$ là không gian mẫu $n(\Omega)=196$.

b) $P(B)=\frac{8}{13}$

c) $P(AB)=\frac{24}{91}$

d) $P(A|B)=\frac{6}{13}$

**Câu 11:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi $A$ là biến cố: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”, $B$ là biến cố: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(AB)=\frac{1}{6}$

b) $P(B)=\dfrac{11}{36}$

c) $P(A|B)=\dfrac{5}{6}$

d) $P(\overline{A}|B)=\dfrac{4}{11}$

**Câu 12:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(\overline{A})=0,4$, $P(B)=0,7$, $P(A\cap B)=0,3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=0,6$ và $P(\overline{B})=0,3$ .

b) $P(A|B)=\dfrac{2}{3}$

c) $P(\overline{B}|A)=\dfrac{1}{3}$

d) $P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{3}{5}$

**Câu 13:** Một công ty xây dựng đấu thầy 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,5$ và dự án 2 là $0,6$. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là $0,3$. Gọi $A,B$ lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,5$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,3$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,8$.

**Câu 14:** Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

$A$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

$B$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=0,4.$

b) $P(B)=0,625.$

c) $P(A|B)=0,75.$

d) $P(B|A)=0,48.$

**Câu 15:** Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

| Kết quả điều tra | Mông | Dao |
|---|---|---|
| Suy dinh dưỡng | 27 | 24 |
| Không suy dinh dưỡng | 153 | 96 |

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã

Gọi $A$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi $B$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\overline{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B)=0,6$.

b) $P(AB)=0,102$.

c) Tỉ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là $15\%$.

d) Tỉ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là $85\%$.

**Câu 16:** Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

$A$: "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

$B$: "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A)=0,625$.

b) $P(B|\overline{A})=0,6$.

c) $P(\overline{B}|A)=0,4$.

d) $P(\overline{B}|\overline{A})=0,375$.

**Câu 17:** Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác xuất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

**Câu 18:** Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ" bằng 2.

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" bằng 4.

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

**Câu 19:** Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$

d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

**Câu 20:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

d). Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

**Câu 21:** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=0,4$.

b) $P(B)=0,625$.

c) $P(A|B)=0,75$.

d) $P(B|A)=0,48$.

**Câu 22:** Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,4; P(B)=0,3; P(A\,|\,B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}\,|\,B)$.

**Câu 2:** Một bình đựng $50$ viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có $30$ viên bi trắng và $20$ viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

**Câu 3:** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng $10$, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt $5$ chấm.

**Câu 4:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

**Câu 5:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

**Câu 6:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

**Câu 7:** Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

**Câu 8:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết, biết rằng đó là câu hỏi khó. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 9:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Minh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn được gọi tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó là nam bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

**Câu 10:** Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là $0,9$. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là $0,7$. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là $0,3$. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 11:** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà mấy thứ nhất là $0,8$ và nhà mấy thứ hai là $0,7$. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

**Câu 12:** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa $2$ bi trắng và $8$ bi đen, hộp thứ hai chứa $9$ bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có $2$ viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

**Câu 13:** Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là $30\%$. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là $40\%$. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng $0,21$; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

**Câu 14:** $A$ và $B$ mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của $A$ và $B$ lần lượt là $0,7$ và $0,4$. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của $B$ (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

**Câu 15:** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

**Câu 16:** Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

**Câu 17:** Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)

**Câu 18:** Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là $10\%$. Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là $95\%$, nhận biết đúng phế phẩm là $90\%$. Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

**Câu 19:** Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là $a$; $b$ và $0,7$ (với $0<b<a<1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

**Câu 20:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

**Câu 21:** Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

| Tình trạng | Viêm phổi | Không viên phổi |
|---|---|---|
| Nghiện thuốc lá | 750 | 1238 |
| Không nghiện thuốc lá | 572 | 2440 |

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

**Câu 22:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20\,\text{m}$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ $2$ ở khoảng cách $30m$, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ $3$ ở khoảng cách $50\,\text{m}$. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Câu 23:** Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm $9$ chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Câu 24:** Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho ban Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Câu 25:** Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:
Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.
Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.
Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

**Câu 26:** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có $6$ viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên $1$ viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm $1$ viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\dfrac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

**Câu 27:** Trong kì kiếm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 28:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 51% số người mua bảo hiểm ô tô là nam, và có $33\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là nam, tính xác suất người đó trên 50 tuổi (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 29:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 30:** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn đến hàng phần trăm).

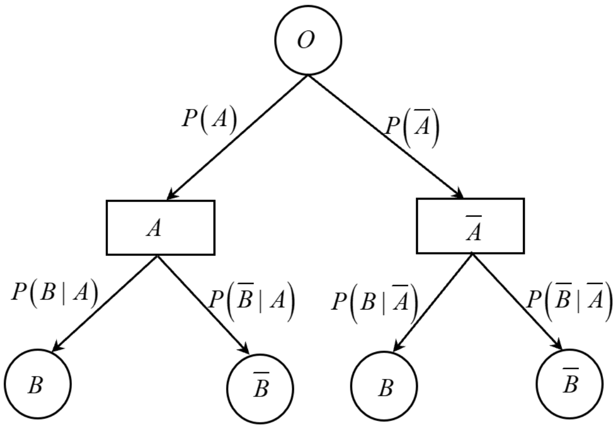
**----------------HẾT----------------**

## Dạng 2: Tính xác suất có điều kiện bằng sơ đồ hình cây

**Phương pháp:** Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A\cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O-A-B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O-A-B)$ và $(O-\overline{A}-B)$.




- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

### BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là $0,9$ còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là $0,35$. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là $0,7$. Tính xác suất để bán hết vé.

**Bài tập 2:** Một chiếc hộp có 2 loại bi là viên bi đỏ và viên bi vàng, trong đó có 60% là viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra người ta thấy có $50\%$ số viên bi màu đỏ đánh số và $25\%$ số viên bi màu vàng đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất để viên bi lấy được đánh số.

**Bài tập 3:** Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,7$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy.

**Bài tập 4:** Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là $80\%$. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất $0,99$ được đóng dấu OTK;
- Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất $0,95$ không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

**Bài tập 5:** Hộp thứ nhất có 5 chiếc bút bi xanh và 6 chiếc bút bi đen. Hộp thứ hai có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen. Các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó, bạn Hoa lại lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ cây, tính xác suất của các biến cố sau

$M$ : "Bút bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và bút bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đen".

$N$ : "Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu".

**Bài tập 6:** Một trường trung học cơ sở ở Hà Nội tiến hành khảo sát tỉ lệ đỗ vào lớp 10 trường công lập năm 2024 của học sinh khối 9. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ đỗ vào lớp 10 là $85\%$ đối với học sinh có học lực khá giỏi và $10\%$ đối với học sinh còn lại. Tỉ lệ học sinh có học lực khá giỏi là $80\%$. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường đó đã tốt nghiệp THCS năm 2024.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

$C$: "Học sinh có học lực khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập";

$D$: "Học sinh có học lực không khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập".

**Bài tập 7:** Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

*A:* "Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật";

*B:* "Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh".

**Bài tập 8:** Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất $0,02$. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện máy tính sẽ bị hỏng với xác suất $0,1$; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.

Hình 5

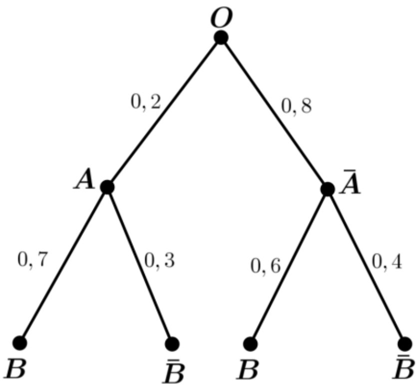
a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

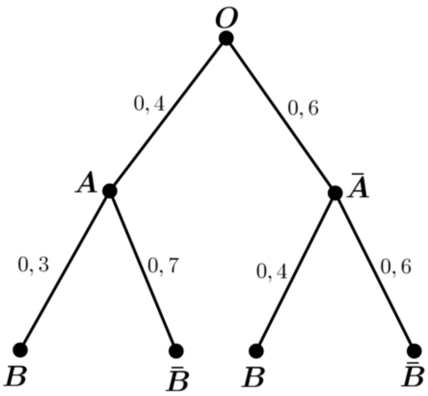
**Câu 1:** Cho sơ đồ hình cây như hình vẽ.




Dựa vào sơ đồ hình cây trên, tính xác suất để biến cố $P\left(B|\ \overline{A}\right)$ xảy ra

**A.** $0,62$. **B.** $0,32$. **C.** $0,48$. **D.** $0,06$.

**Câu 2:** Cho sơ đồ hình cây như sau




Tính xác suất của biến cố $B$.

**A.** $0,36$. **B.** $0,12$. **C.** $0,51$. **D.** $0,24$.

**Câu 3:** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “ Ngày có mưa” và B là biến cố “ Ngày có sương mù”. Tính các xác suất ngày có mưa nhưng không có sương mù.

**A.** $0,51$. **B.** $0,12$. **C.** $0,36$. **D.** $0,24$.

**Câu 4:** Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:
$C$: “Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ”.

**A.** $0,53$. **B.** $0,3$. **C.** $0,36$. **D.** $0,25$.

**Câu 5:** Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm $64\%$ tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có $85\%$ sản phẩm của chi nhánh I và $80\%$ sản phẩm của chi nhánh II đạt loại A. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố: $C$: “Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A”.

**A.** $0,532$. **B.** $0,356$. **C.** $0,311$. **D.** $0,544$.

**Câu 6:** Giả sử trong một nhóm người có $91\%$ người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là $85\%$, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là $7\%$. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

**A.** $0,93$. **B.** $0,0637$. **C.** $0,8463$. **D.** $0,7735$.

**Câu 7:** Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$ **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

**Câu 8:** Trên giá sách có 10 quyển sách Khoa học và 15 quyển sách nghệ thuật. Có 9 quyển sách viết bằng Tiếng Anh, trong đó 3 quyển sách Khoa học và 6 quyển sách Nghệ thuật, các quyển sách còn lại viết bằng tiếng Việt. Lấy ngẫu nhiên một quyển sách. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là sách Khoa học

**A.** $0,9$. **B.** $0,7$. **C.** $0,8$. **D.** $0,6$.

**Câu 9:** Ở các sân bay, người ta sử dụng một máy soi tự đồng để phát hiện hàng cấm trong vali và hành lý kí gửi của hành khách. Máy phát chuông cảnh báo với $95\%$ các kiện hành lí có chứa hàng cấm và $2\%$ các kiện hành lí không chứa hàng cấm. Tỉ lệ các kiện hành lí có chứa hàng cấm là $0,1\%$. Chọn ngẫu nhiên một kiện hành lí để soi bằng máy trên. Tính xác suất của các biến cố $N$ "Kiện hành lí không chứa hàng cấm và máy phát chuông cảnh báo".

**A.** $0,91886$. **B.** $0,71244$. **C.** $0,86323$. **D.** $0,01998$.

**Câu 10:** Một học sinh làm $2$ bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là $0,7$. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,8$. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,2$. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

**A.** $0,56$. **B.** $0,14$. **C.** $0,16$. **D.** $0,65$.

**Câu 11:** bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của các biến cố: $A$: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ"

**A.** $0,56$. **B.** $0,14$. **C.** $0,16$. **D.** $0,65$.

**Câu 12:** Một trường đại học tiến hành khảo sát tình trạng việc làm sau khi tốt nghiệp của sinh viên. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là $85\%$ đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và $70\%$ đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là $30\%$. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên đã tốt nghiệp của trường. Tính xác suất của các biến cố $D$: "Sinh viên không tốt nghiệp loại giỏi và tìm được việc làm đúng chuyên ngành".

**A.** $0,44$. **B.** $0,49$. **C.** $0,72$. **D.** $0,93$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,7. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,4. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều thành công là $0,63$.

b) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều không thành công là $0,12$.

c) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công là $0,07$.

d) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất không thành công và thí nghiệm thứ hai thành công là $0,18$.

**Câu 2:** Một loại bệnh di truyền có xác suất mắc phải là $0,05\%$. Nếu mẹ mắc bệnh thì xác suất di truyền sang con là $90\%$. Nếu mẹ không mắc bệnh thì xác suất con bị bệnh chỉ là $1\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cả hai mẹ con đều mắc bệnh là $45\%$.

b) Xác suất để cả hai mẹ con đều không mắc bệnh là $99\%$.

c) Xác suất nếu mẹ mắc bệnh nhưng con không mắc bệnh là $0,005\%$.

d) Xác suất nệu mẹ không mắc bệnh nhưng con mắc bệnh là $1\%$.

**Câu 3:** Một nhóm học sinh gồm $12$ nam và $13$ nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là $0,6$ và của mỗi học sinh nữ là $0,3$. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để bạn được chọn là nam là $0,48$.

b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là $0,5$.

c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là $0,195$.

d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là $0,156$.

**Câu 4:** Ở cửa ra vào của nhà sách Nguyễn Văn Cừ có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với $99\%$ các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và $0,1\%$ các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là $0,1\%$. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là $99,9\%$.

b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $1\%$.

c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $0,1\%$.

d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $0,001\%$

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố: A: " Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ" là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

**Câu 2:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30\,\text{m}$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

**Câu 3:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố $B$: "Hai viên bi lấy ra có cùng màu".

**Câu 4:** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

**Câu 5:** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố " Ngày có mưa" và B là biến cố " Ngày có sương mù". Tính các xác suất ngày có mưa và có sương mù.

**Câu 6:** Hộp thứ nhất có $4$ viên bi xanh và $6$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $5$ viên bi xanh và $4$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố $C$: "Hai viên bi lấy ra khác màu".

**----------------HẾT----------------**

# BÀI 02 CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN CÔNG THỨC BAYES

## A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

### 1 Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$$

gọi là công thức xác suất toàn phần.

**Chú ý 1:** Công thức xác suất từng phần cũng đúng với biến cố $B$ bất kì.

### 2 Công thức Bayes

Giả sử $A$ và $B$ là hai biến có ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

gọi là công thức Bayes.

**Chú ý:**

- Công thức Bayes vẫn đúng với biến cố $B$ bất kì.
- Với $P(A)>0$, công thức $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Các công thức cần nhớ:

$\oplus$ $P(A)+P(\overline{A})=1$ $\oplus$ $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$

$\oplus$ $P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})=P(A)$ $\oplus$ $P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(B)$

**Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

# B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Dạng 1: Công thức xác suất toàn phần

**Phương pháp:**

**Công thức xác suất toàn phần**: Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

**Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố $B$ bất kì.

### BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

**Bài tập 2:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là $52\%$. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là $18\%$ và $15\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật.

**Bài tập 3:** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh $A$ ở một địa phương là $65\%$. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $5\%$; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $17\%$. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Tính xác suất người được chọn mắc bệnh $A$.

**Bài tập 4:** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi $A$ là biến cố "Chú lùn đó luôn nói thật" và $B$ là biến cố "Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật". Tính xác suất của các biến cố $A$ và $B$.

**Bài tập 5:** Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có $60\%$ về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có $30\%$ ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn $20\%$ số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là $80\%$. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là $90\%$. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?

**Bài tập 6:** Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

**Bài tập 7:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số.

**Bài tập 8:** Một công ty một ngày sản xuất được $850$ sản phẩm trong đó có $50$ sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại $2$ sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

**Bài tập 9:** Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

**Bài tập 10:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là $0,6$ và $0,3$. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là $0,1$. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho 2 biến cố $A$ và $B$. Tìm $P(A)$ biết $P(A|B)=0,8;\ P(A|\overline{B})=0,3;\ P(B)=0,4$.

**A.** $0,1$. **B.** $0,5$. **C.** $0,04$. **D.** $0,55$.

**Câu 2:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ biết $P(A|B)=0,08;\ P(\overline{A}|\overline{B})=0,63;\ P(B)=0,03$. Khi đó xác suất xảy ra biến cố $A$ là bao nhiêu?

**A.** $0,112$. **B.** $0,5231$. **C.** $0,3613$. **D.** $0,063$.

**Câu 3:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$. **B.** $P(A)=P(A)P(A|B)+P(\overline{A})P(A|\overline{B})$.

**C.** $P(A)=P(B)P(A|\overline{B})+P(\overline{B})P(A|B)$. **D.** $P(A)=P(B)P(A|B)-P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

**Câu 4:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Biết $P(B)=0,01;\ P(A|B)=0,7;\ P(A|\overline{B})=0,09$. Khi đó $P(A)$ bằng

**A.** $0,0079$. **B.** $0,0961$. **C.** $0,0916$. **D.** $0,0970$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\overline{B})=0,45$. Tính $P(A)$.

**A.** $0,25$. **B.** $0,65$. **C.** $0,55$. **D.** $0,5$.

**Câu 6:** Cho $A$, $B$ là hai biến cố. Biết $P(B)=0,2$. Nếu $B$ không xảy ra thì thỉ lệ $A$ xảy ra là $2\%$. Nếu $B$ xảy ra thì tỉ lệ $A$ xảy ra $4\%$. Xác suất của biến cố $A$ là bao nhiêu?

**A.** $0,018$. **B.** $0,036$. **C.** $0,028$. **D.** $0,024$.

**Câu 7:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(\overline{B})=0,2;P(A|B)=0,5;P(A|\overline{B})=0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

**A.** $0,46$. **B.** $0,34$. **C.** $0,15$. **D.** $0,31$.

**Câu 8:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4;P(A|B)=0,5;P(A|\overline{B})=0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

**A.** $0,9$. **B.** $0,25$. **C.** $0,2$. **D.** $0,75$.

**Câu 9:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,6$, $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\overline{B})=0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

**A.** $0,7$. **B.** $0,4$. **C.** $0,58$. **D.** $0,52$.

**Câu 10:** Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất $35\%$, máy II sản xuất $65\%$ tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm?

**A.** $0,0056$. **B.** $0,0065$. **C.** $0,065$. **D.** $0,056$.

**Câu 11:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

**A.** $0,74$. **B.** $0,86$. **C.** $0,56$. **D.** $0,68$.

**Câu 12:** Hộp thứ nhất có $4$ viên bi xanh và $6$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $3$ viên bi xanh và $7$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là

**A.** $\frac{126}{275}$. **B.** $\frac{105}{275}$. **C.** $\frac{110}{275}$. **D.** $\frac{140}{275}$.

**Câu 13:** Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có $56\%$ áo ở chi nhánh I và $44\%$ áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có $75\%$ áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có $68\%$ áo chất lượng cao ( kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $0,72$. **B.** $0,35$. **C.** $0,82$. **D.** $0,55$.

**Câu 14:** Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường X. Nhóm này có $70\%$ học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có $30\%$ học sinh nam và $15\%$ học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Tính xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ.

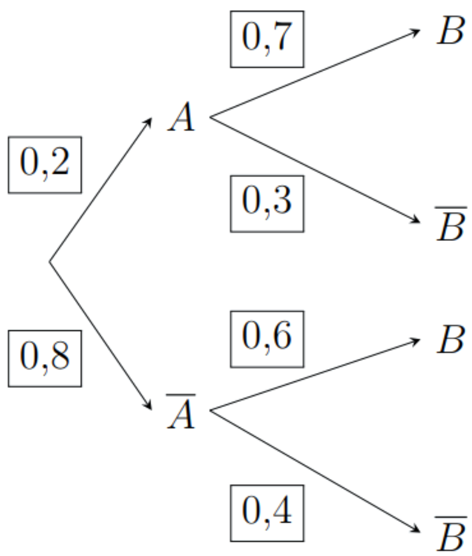
**A.** $0,45$. **B.** $0,35$. **C.** $0,255$. **D.** $0,128$.

**Câu 15:** Một trạm chỉ phát hai tín hiệu $A$ và $B$ với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15 do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu $A$ bị méo và thu được như tín hiệu $B$; còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu $B$ bị méo thành và thu được như $A$. Xác suất thu được tín hiệu $A$ là

**A.** $\frac{963}{1120}$. **B.** $\frac{283}{1120}$. **C.** $\frac{837}{1120}$. **D.** $\frac{157}{1120}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:




a) $P(B)=P(A).P(B|\,A)+P(\overline{A}).P(B|\,\overline{A})$

b) $P(B|\,A)=0,6$.

c) $P(B)=0,62$.

d) $P(\overline{B})=0,4$.

**Câu 2:** Cho $A$ và $B$ là hai biến cố của cùng phép thử, biết rằng $P(B)=0,3$; $P\left(A|B\right)=0,01$ và $P\left(A|\overline{B}\right)=0,02$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(\overline{B}\right)=0,07$.

b) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A)=P(B)P\left(A|B\right)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)$.

c) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A)=P\left(\overline{B}\right)P\left(A|B\right)+P(B)P\left(A|\overline{B}\right)$.

d) $P(A)=0,017$.

**Câu 3:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là $40\%$ và $60\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là $0,5$.

b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là $0,5$.

c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là $0,6$.

d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là $0,49$.

**Câu 4:** Hộp thứ nhất chứa $5$ viên bi vàng, $3$ viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa $4$ viên bi vàng, $5$ viên bị xanh và $3$ viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên $1$ viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra $2$ viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.

b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.

c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.

d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

**Câu 5:** Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

**Câu 6:** Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có $5$ viên bi xanh và $7$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $6$ viên bi xanh và $8$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Gọi $A$ là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất" và $B$ là biến cố "Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{5}{12}$.

b) $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{1}{15}$.

c) $P\left(B\mid\overline{A}\right)=\dfrac{12}{35}$.

d) $P\left(B\right)=\dfrac{14}{45}$.

**Câu 7:** Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,8$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,5$. Xét các biến cố sau:

Gọi $A$ là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công".

Gọi $B$ là biến cố "Thí nghiệm thứ hai thành công".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(B\mid A\right)=0,9$.

b) $P\left(\overline{B}|A\right)=0,5$.

c) $P\left(AB\right)=0,72$.

d) $P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=0,1$.

**Câu 8:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố "Viên đạn trúng đích". B là biến cố " Xạ thủ loại I bắn". C là biến cố " Xạ thủ loại II bắn". Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P\left(A\right)=P\left(B\right)P\left(A\mid B\right)+P\left(C\right).P\left(A\mid\overline{C}\right)$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là $0.74$.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố " Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích" $E_i$ là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác xuất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P\left(E\right)=P\left(E_o\right).P\left(E\mid E_o\right)+P\left(E_1\right).P\left(E\mid\overline{E_1}\right)+P\left(E_2\right).P\left(E\mid\overline{E_2}\right).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là $0.596$

**Câu 9:** Hai đội bóng thực hiện các lượt sút luân lưu, trong mỗi lượt sút luân lưu. Trong loạt sút thứ nhất, đội bóng thứ nhất thực hiện trước với xác suất thành công là 0,8, đội bóng thứ hai thực hiện sau. Nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thực hiện thành công quả đá đầu tiên thì cầu thủ của đội bóng thứ hai có xác suất thực hiện thành công là 0,7; nếu đội bóng thứ nhất thực hiện không thành công thì xác suất để đội bóng thứ hai thực hiện thành công là 0,9. Xét các biến cố sau:
Gọi $A$ là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công".
Gọi $B$ là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ hai thành công".
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) $P(B\mid A)=0,9$.
b) $P(\overline{B}|A)=0,3$.
c) $P(AB)=0,56$.
d) $P(\overline{B})=0,16$.

**Câu 10:** Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là $75\%$. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có $60\%$ mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là $30\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là $0,75$.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $0,15$.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là $0,6$, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là $0,3$.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là $0,525$.

**Câu 11:** Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là $30\%$, thi trượt môn Tâm lý là $22\%$. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có $40\%$ sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là $0,066$.
b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là $0,6$.
c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là $0,18$.
d) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là $0,726$.

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 2:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé.

**Câu 3:** Tại một địa phương có $500$ người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người.

Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?(*làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)*

**Câu 4:** Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có $2$ viên bi màu xanh, $5$ viên bi màu đỏ, hộp thứ hai có $3$ viên bi màu xanh, $2$ viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp, từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất lấy được viên bi màu đỏ.

**Câu 5:** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 6:** Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt ( kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 7:** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 8:** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

**Câu 9:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

**Câu 10:** Một đội tuyển thi bắn súng có $10$ xạ thủ, bao gồm $4$ xạ thủ hạng I và $6$ xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là $0,75$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi $A$ là biến cố "Chọn được xạ thủ hạng I" và $B$ là biến cố "Viên đạn trúng mục tiêu". Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

**Câu 11:** Một cái hộp có chứa $40$ quả cầu màu đỏ và $60$ quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

| **Màu** | **Có đánh số** | **Không** |
|---|---|---|
| **Đỏ** | 20 | 20 |
| **Vàng** | 36 | 24 |

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

$A$: "Quả cầu lấy ra có đánh số".

$B$: "Quả cầu lấy ra có màu đỏ"

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

**Câu 12:** Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là $96\%$, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính $8\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

**Câu 13:** Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

**Câu 14:** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có $60\%$ học sinh nữ là đoàn viên, $50\%$ học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

**Câu 15:** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lẫn mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lẫn mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

**----------------HẾT----------------**

## Dạng 2: Công thức Bayes

**Phương pháp:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến có ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

gọi là công thức Bayes.

**Chú ý 1:**

- Công thức Bayes vẫn đúng với biến cố $B$ bất kì.
- Với $P(A)>0$, công thức $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Các công thức cần nhớ:

⊕ $P(A)+P(\overline{A})=1$ ⊕ $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$

⊕ $P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})=P(A)$ ⊕ $P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(B)$

**Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

**Bài tập 2:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là $52\%$. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là $18\%$ và $15\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam.

**Bài tập 3:** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh $A$ ở một địa phương là $65\%$. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $5\%$; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $17\%$. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh $A$. Tính xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh $A$.

**Bài tập 4:** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi $A$ là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và $B$ là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

**Bài tập 5:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**Bài tập 6:** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ là $0,5\%$. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $94\%$ xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $97\%$ xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Bài tập 7:** Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là $4\%$ và $3\%$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn $80$ sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?

**Bài tập 8:** Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm $70\%$ còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm $30\%$ tổng sản phẩm của công ty. Tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm $2\%$ còn của dây chuyền II chiếm $3\%$ tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu nhiên được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4$, $P(B)=0,3$, $P(A|B)=0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

**A.** $0,1875$. **B.** $0,48$. **C.** $0,333$. **D.** $0,95$.

**Câu 2:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)+P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$. **B.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)-P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

**C.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|\overline{B})+P(\overline{B})P(A|B)}$. **D.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

**Câu 3:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(A)=0,2$, $P(B)=0,26$, $P(B|A)=0,7$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

**Câu 4:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\overline{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

**A.** $0,25$. **B.** $\dfrac{56}{65}$. **C.** $0,65$. **D.** $0,5$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(A)=0,2$, $P(B|A)=0,7$, $P(B|\overline{A})=0,15$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

**Câu 6:** Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có $3\%$ tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có $21\%$ là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

**A.** $3$. **B.** $7$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Câu 7:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ sao cho $P(A)=0,6$; $P(B)=0,4$; $P(A|B)=0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

**A.** $0,2$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,6$.

**Câu 8:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

**A.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(A)P(B|A)}$. **B.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

**C.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$. **D.** $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

**Câu 9:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Biết rằng $P(B)=0,8$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\overline{B})=0,45$. Khi đó giá trị của $P(B|A)$ bằng

**A.** $0,25$. **B.** $0,65$. **C.** $\frac{56}{65}$. **D.** $0,5$.

**Câu 10:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

**A.** $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{9}{13}$.

**Câu 11:** Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất $35\%$, máy II sản xuất $65\%$ tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

**A.** $0,0056$. **B.** $0,1875$. **C.** $0,1785$. **D.** $0,1587$.

**Câu 12:** Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**A.** $0,4$. **B.** $0,35$. **C.** $0,5$. **D.** $0,65$.

**Câu 13:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,3; P(B)=0,2$ và $P(A\mid B)=0,15$. Khi đó, $P(B\mid A)$ bằng

**A.** $0,1$. **B.** $0,4$. **C.** $0,225$. **D.** $0,009$.

**Câu 14:** Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là $95\%$ (nghĩa là $95\%$ bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là $2\%$ (nghĩa là $2\%$ bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng $1\%$ dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

**A.** Khoảng $32\%$. **B.** Khoảng $47\%$. **C.** Khoảng $83\%$. **D.** Khoảng $95\%$.

**Câu 15:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**A.** $0,095$. **B.** $0,746$. **C.** $0,476$. **D.** $0,003$.

**Câu 16:** Được biết có $5\%$ đàn ông bị mù màu, và $0,25\%$ phụ nữ bị mù màu (*Nguồn: F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005).* Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chon một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

**A.** $\frac{19}{21}$. **B.** $\frac{20}{21}$. **C.** $\frac{24}{25}$. **D.** $\frac{18}{25}$.

**Câu 17:** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có $25\%$ cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là $60\%$ và $25\%$. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

**A.** $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

**Câu 18:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

**A.** $\frac{95}{98}$. **B.** $\frac{931}{1000}$. **C.** $\frac{95}{100}$. **D.** $\frac{98}{100}$.

**Câu 19:** Giả sử có một loại bệnh S mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,1\%$. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh S khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh S có $5\%$ số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh S của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**A.** $1,96\%$. **B.** $1,69\%$. **C.** $1,97\%$. **D.** $0,5\%$.

**Câu 20:** Giả sử tỉ lệ người dân của thủ đô Hà Nội nghiện thuốc lá là $30\%$; tỉ lệ người bị bệnh phổi là $38\%$ và tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là $80\%$. Chọn ngẫu nhiên một người của thủ đô Hà Nội, tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

**A.** $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{19}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{12}{19}$.

**Câu 21:** Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội $I$ có 4 vận động viên, đội $II$ có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội $I$ và đội $II$ tương ứng là $0,7$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội $I$.

**A.** $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{11}{16}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{7}{16}$.

**Câu 22:** Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là $10\%$. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

**A.** $\frac{891}{911}$. **B.** $\frac{891}{911}$. **C.** $\frac{123}{892}$. **D.** $\frac{213}{911}$.

**Câu 23:** Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác $100\%$. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là $70\%$, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là $10\%$. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là $13$ con trên $1000000$ con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

**A.** $\frac{91}{100078}$. **B.** $\frac{91}{1000078}$. **C.** $\frac{91}{3000052}$. **D.** $\frac{91}{8999974}$.

**Câu 24:** Trường THPT Hòa Bình có $20\%$ học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có $85\%$ học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có $10\%$ số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:

**A.** $\frac{17}{25}$. **B.** $\frac{7}{25}$. **C.** $\frac{17}{29}$. **D.** $\frac{17}{75}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Giả sử bệnh hiểm nghèo $X$ có tỉ lệ nhiễm bệnh là $0,5\%$, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là $4\%$. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi $A$ là biến cố "Người được chọn không nhiễm bệnh" và $B$ là biến cố "người được chọn có phản ứng dương tính". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A)=0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là

$$P(B\mid A)=0,04.$$

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B\mid\overline{A})=0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\overline{A}\mid B)=\dfrac{25}{224}$.

**Câu 2:** Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $0,02$.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $0,99$.

c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $0,01$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $0,25$

**Câu 3:** Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là $0,6$.

b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là $0,8$.

c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $0,36$.

d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\dfrac{2}{3}$.

**Câu 4:** Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ. Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là $72\%$, tỷ lệ thành viên nữ là $28\%$. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là $32\%$; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là $68\%$.

b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là $22\%$.

c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là $2\%$.

d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng $96\%$.

**Câu 5:** Hộp thứ nhất có $1$ viên bi xanh và $5$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và $5$ viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

**Câu 6:** Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và tỉ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,061$.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

**Câu 7:** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với $76,2\%$ các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với $99,1\%$ các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là $1\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là $0,23$.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: $0,009$.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $0,017$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$

**Câu 8:** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh $X$ có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp B00 (Gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,6$; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh $X$ đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi $A$ là biến cố: ''Học sinh đó chọn tổ hợpB00 ''; $B$ là biến cố: ''Học sinh đó đỗ đại học''. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất $P\left(\overline{A}\right)=0,5$.

b) Xác suất $P\left(B\,|\,A\right)=0,4$.

c) Xác suất $P\left(B\,|\,\overline{A}\right)$ thuộc khoảng $\left(0,2;\,0,5\right)$.

d) $\dfrac{P\left(A\,|\,B\right)}{P\left(B\,|\,A\right)}$ lớn hơn $\dfrac{2}{3}$.

**Câu 9:** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\dfrac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\dfrac{48}{103}$.

**Câu 10:** Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có $80\%$ thùng hàng loại I và $85\%$ thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng $48\%$.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.

c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.

d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Câu 11:** Có hai đội tham gia một cuộc thi bơi lội. Đội I có 7 vận động viên, đội II có 9 vận động viên. Xác suất giành huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0.07 và 0.06. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I là $\dfrac{9}{16}$

b) Xác suất để vận động viên này không giành được huy chương vàng nếu thuộc đội II là $0,94$

c) Xác suất để vận động viên này giành được huy chương vàng là $\dfrac{103}{1060}$

d) Giả sử vận động viên được chọn giành huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\dfrac{49}{103}$.

**Câu 12:** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng $62,5\%$.

b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

**Câu 13:** Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng X sản xuất $60\%$ và phân xưởng Y sản xuất $40\%$ tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng X, phân xưởng Y lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

a) Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất bằng 95%.

b) Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.

c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất bằng 75%.

d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tại một địa phương có $500$ người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?(*làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)*

**Câu 2:** Một loại linh kiện do hai nhà máy $I, II$ cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy $I, II$ lần lượt là : $0,04; 0,03$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn $80$ sản phẩm của nhà máy $I$ và $120$ sản phẩm của nhà máy $II$. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy $I$ .(*làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).*

**Câu 3:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là $0,9$ và $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I?

**Câu 4:** Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn $A, B, C$ theo tỉ lệ $20\%$, $50\%$, $30\%$. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là $5\%$, $4\%$, $8\%$. Tính xác suất để một khách ở khách sạn $C$, biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 5:** Cho hộp $I$ gồm $5$ bi trắng và 5 bi đỏ, hộp $II$ gồm $6$ bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp $I$ sang hộp $II$. Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp $II$ một bi. Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp $I$. (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 6:** Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với $90\%$ các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với $80\%$ các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là $1\%$. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

**Câu 7:** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là $30\%$. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là $60\%$, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là $40\%$. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. *(Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)*

**Câu 8:** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu ( kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Câu 9:** Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

**Câu 10:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

**Câu 11:** Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.
Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

**Câu 12:** Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: "Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?" và "Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?". Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

**Câu 13:** Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp $70\%$ chi tiết, máy thứ hai cung cấp $30\%$ chi tiết. Khoảng $95\%$ chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn $80\%$ chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất.

**Câu 14:** Một căn bệnh có $1\%$ dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là: Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính $98\%$. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 98 trong 100 trường hợp không mắc bệnh (tức là có 2 người không mắc bệnh nhưng xuất hiện dương tính "giả"). Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?.

**Câu 15:** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{1}{2}a+b$.

**Câu 16:** Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là $20\%;\ 45\%\ và\ 35\%$. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là $5\%;\ 20\%\ và\ 40\%$. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

**Câu 17:** Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần mười.*)

**Câu 18:** Trường X có $20\%$ học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có $85\%$ học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có $10\%$ số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a-b$?

**Câu 19:** Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất $50\%$ số linh kiện, dây chuyền B sản xuất $30\%$ và dây chuyền C sản xuất $20\%$ số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là $2\%$, $3\%$ và $1\%$. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

**Câu 20:** Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là $60\%$, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là $25\%$ và $5\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

**Câu 21:** Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có $6\%$ những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu ( làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Câu 22:** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có $5$ vận động viên, đội II có $7$ vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là $0,65$ và $0,55$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**-----------------HẾT-----------------**

# CHƯƠNG 6 XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

## BÀI 01 XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

### A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 1 Xác suất có điều kiện

**Định nghĩa:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Xác suất của biến cố $A$, tính trong điều kiện biết rằng biến cố $B$ đã xảy ra được gọi là xác suất của $A$ với điều kiện $B$ và kí hiệu là $P(A|B)$.

Xác suất có điều kiện có thể được tính theo công thức sau:

Cho hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, với $P(B)>0$ thì khi đó: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

#### 2 Công thức nhân xác suất

**Định nghĩa:** Vậy với hai biến cố $A$ và $B$ bất kì ta có:

$$P(AB)=P(B).P(A|B)$$

Công thức trên được gọi là công thức nhân xác suất.

Vì $AB=BA$ nên với hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, ta cũng có:

$$P(AB)=P(A).P(B|A)$$

Nếu $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì:

$$P(AB)=P(A).P(B)$$

# B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Dạng 1: Tính xác suất có điều kiện

**Phương pháp:**

- Cho hai biến cố $A$ và $B$. Xác suất của biến cố $A$, tính trong điều kiện biết rằng biến cố $B$ đã xảy ra được gọi là xác suất của $A$ với điều kiện $B$ và kí hiệu là $P(A|B)$.
- Sử dụng định nghĩa để tính xác suất có điều kiện (áp dụng với các bài có thể tính được số phần tử của các biến cố).
- Cho hai biến cố $A$ và $B$ bất kì, khi đó: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

### BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi $A$ là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; $B$ là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng". Tính $P(A|\overline{B})$.

**Lời giải**

Nếu $B$ không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen. Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Vậy $P(A|\overline{B})=\dfrac{20}{29}$.

**Bài tập 2:** Chứng tỏ rằng nếu $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì $P(\overline{A}|B)=P(\overline{A})$ và $P(A|\overline{B})=P(A)$.

**Lời giải**

Ta có $P(\overline{A}|B)$ là xác suất của $\overline{A}$ biết rằng biến cố $B$ đã xảy ra. Vì $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và $B$ độc lập, tức là việc xảy ra $B$ không ảnh hưởng đến xác suất không xuất hiện của $A$. Do đó $P(\overline{A}|B)=P(\overline{A})$.

Chứng minh $P(A|\overline{B})=P(A)$.

Tương tự $P(A|\overline{B})$ là xác suất của $A$ biết rằng biến cố $\overline{B}$ đã xảy ra. Vì $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập nên $A$ và $\overline{B}$ độc lập, tức là việc không xảy ra $B$ không ảnh hưởng đến xác suất xuất hiện của $A$. Do đó $P(A|\overline{B})=P(A)$.

**Bài tập 3:** Có hai hộp chứa các thẻ được đánh số. Hộp thứ nhất có các thẻ được đánh số từ 1 đến 4, hộp thứ hai có các thẻ được đánh số từ 5 dến 6. Các thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Phương lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Sau đó bạn lại lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai. Liệt kê các kết quả của phép thử biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn.

**Lời giải**

Vì đã biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn. Nghĩa là lúc đó bạn Phương có thể lấy được thẻ đánh số 2 hoặc 4.

Nếu bạn Phương lấy được thẻ đánh số 2 và bỏ vào hộp thứ hai, thì lúc này trong hộp thứ hai có các thẻ đánh số từ 5 đến 6 và 2. Do đó ta có các khả năng $(2;5),(2;6),(2;7),(2;2)$.

Nếu bạn Phương lấy được thẻ đánh số 4, ta có các khả năng $(4;5),(4;6),(4,7),(4,4)$.

Vậy các kết quả của phép thử biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn là $(2;5),(2;6),(2;7),(2;2),(4;5),(4;6),(4,7),(4,4)$.

**Bài tập 4:** Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi trong hộp, không trả lại. Sau đó Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh nếu biết rằng Sơn đã lấy được bút bi đen.

**Lời giải**

Sau khi Sơn lấy được bút bi đen thì trong hộp kín còn lại 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen. Vậy xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh là $\frac{7}{11}$.

**Bài tập 5:** Thư viện của một trường THPT có $60\%$ tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Sách được chọn là sách tiểu thuyết",
$B$ là biến cố "Sách được chọn là quyển sách về Văn học".

Khi đó: $AB$ là biến cố "Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết"

Theo đề ta có $P(A)=0,18;\ P(B)=0,6;\ P(AB)=P(A)=0,18$ nên

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,18}{0,6}=\frac{3}{10}$$

Vậy xác suất cần tính là: $P(A|B)=\frac{3}{10}$.

**Bài tập 6:** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi $A$ là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; $B$ là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng". Tính $P(A\mid\overline{B})$.

**Lời giải**

Nếu $\overline{B}$ xảy ra tức là Bình lấy được viên bi đen.
Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen.

Vậy $P(A\mid\overline{B})=\frac{20}{29}$.

**Bài tập 7:** Một cầu thủ bóng đá có tỷ lệ sút Penalty không dẫn đến bàn thắng là $25\%$ và tỷ lệ sút Penalty bị thủ môn cản phá là $20\%$. Cầu thủ này sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ này, biết rằng cầu thủ sút không dẫn đến bàn thắng.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng" và $B$ là biến cố "Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá". Ta có $P(A)=0,25$ và $P(B)=0,2$.

Ta có $B\subset A$ nên $P(BA)=P(B)=0,2$ nên $P(B\mid A)=\frac{P(BA)}{P(A)}=\frac{0,2}{0,25}=0,8$.

**Bài tập 8:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có $52\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có $39\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.

a) Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.

b) Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.

**Lời giải**

a) Gọi $A$ là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông", $B$ là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô trên 40 tuổi". Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có $52\%$ người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông nên $P(A)=0,52$.

Do có $39\%$ số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi nên $P(AB)=0,39$.

Vậy $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,39}{0,52}=0,75$.

b) Trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô thì có 75% người trên 40 tuổi.

**Bài tập 9:** Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Ba bạn được chọn có cùng giới tính" và $B$ là biến cố "Có ít nhất 1 bạn nữ được chọn ". Ta cần tính $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

Biến cố $AB$: "Ba bạn được chọn đều là nữ" do đó $P(AB) = \dfrac{C_7^3}{C_{12}^3}=\dfrac{7}{44}$.

Biến cố $\overline{B}$ là "Ba bạn được chọn đều là nam" do đó $P(B)=1-P(\overline{B}) =1-\dfrac{C_5^3}{C_{12}^3}=\dfrac{21}{22}$.

Vậy $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{1}{6}$.

**Bài tập 10:** Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là $60\%$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là $90\%$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là $15\%$.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn ".

$B$: " Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách ".

$AB$: " Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách ".

Theo đề ra ta có $P\left(AB\right)=15\%=0,15$; $P\left(B\right)=90\%=0,9$; $P\left(A\right)=60\%=0,6$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn , biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng cách là: $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,15}{0,9}=\dfrac{1}{6}$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\dfrac{0,6}{\dfrac{1}{6}}=3,6$ lần.

**Bài tập 11:** Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đặt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Học sinh đạt điểm giỏi ".

$B$: "Học sinh thức dậy sớm để học bài".

$AB$: "Học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài".

Theo đề ra ta có $P\left(AB\right)=20\%=0,2$; $P\left(B\right)=30\%=0,3$; $P\left(A\right)=10\%=0,1$.

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,2}{0,3}=\dfrac{2}{3}$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là $\dfrac{\dfrac{2}{3}}{0,1}=\dfrac{20}{3}\approx 6,67$ lần.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Lời giải**

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}}=\dfrac{1}{3}$

**Câu 2:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,3; P(B)=0,6; P(A\cap B)=0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Lời giải**

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,2}{0,6}=\dfrac{1}{3}$

**Câu 3:** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố $A$ là " thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3". Số các kết quả thuận lợi của biến cố $A$ là

**A.** $3$. **B.** $2$ **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố $A$ là $\{(3;1),(3;2),(3;4)\}$.

Vậy $n(A)=3$.

**Câu 4:** Cho hai biến độc lập $A,B$ với $P(A)=0,8;\ P(B)=0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

**A.** $0,8$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,6$.

**Lời giải**

Do $A,B$ là hai biến cố độc lập nên $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A)\cdot P(B)}{P(B)}=P(A)=0,8$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,7; P(AB)=0,3$. Tính $P(A/B)$

**A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

**Lời giải**

Ta có $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,3}{0,7}=\dfrac{3}{7}$.

**Câu 6:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(B)=0,7;\ P(A\cap B)=0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

**A.** $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{50}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

**Lời giải**

Ta có $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{2}{7}$.

**Câu 7:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4;\ P(B|A)=0,6$ thì $P(A\cap B)$ bằng:

**A.** $\dfrac{6}{25}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

Ta có $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(A|B).P(B)=\dfrac{6}{25}$.

**Câu 8:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4;\ P(B|A)=0,3$ thì $P(AB)$ bằng:

**A.** $\dfrac{3}{25}$. **B.** $\dfrac{7}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

**Lời giải**

Ta có $P(AB)=P(A).P(B|A)=\dfrac{3}{25}$.

**Câu 9:** Nếu hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(B)=0,5;\ P(AB)=0,3$ thì $P(\overline{A}B)$ bằng:

**A.** $\dfrac{3}{20}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

**Lời giải**

Vì $\overline{A}B$ và $AB$ là hai biến cố xung khắc và $\overline{A}B\cup AB=B$ nên $P(\overline{A}B)+P(AB)=P(B)$

Suy ra $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=\dfrac{1}{5}$.

**Câu 10:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(B)=0,5$, $P(A\cap B)=0,2$. Tính $P(\overline{A}\setminus B)$.

**A.** $0,4$. **B.** $0,1$. **C.** $0,6$. **D.** $0,3$.

**Lời giải**

Ta có $P(A\setminus B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=0,4$ nên $P(\overline{A}\setminus B)=1-P(A\setminus B)=0,6$.

**Câu 11:** Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

**A.** $\dfrac{1}{36}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố ‘‘Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8’’.
Gọi $B$ là biến cố ‘‘Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm’’.

$B=\{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5)(5;6)\}$. Vậy $P(B)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$.

Ta có $A\cap B=\{(5;3)\}$ nên $P(A\cap B)=\dfrac{1}{36}$. Khi đó $P(A\setminus B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1}{6}$.

Vậy xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm là $\dfrac{1}{6}$.

**Câu 12:** Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là $0,5$ và dự án thứ hai là $0,6$. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.

**A.** $0,3$. **B.** $0,7$. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố ‘‘Công ty thắng thầu dự án thứ nhất’’. Ta có $P(A)=0,5$.

Gọi $B$ là biến cố ‘‘Công ty thắng thầu dự án thứ hai’’. Ta có $P(B)=0,6$.

Vì $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập nên ta có $P(B\setminus A)=P(B)=0,6$.

Vậy xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất là $0,6$.

**Câu 13:** Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Trong bài kiểm tra môn Toán cả lớp có 22 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 học sinh nam và 12 học sinh nữ). Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ danh sách lớp. Tính xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{15}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố ‘‘Chọn được một học sinh nam’’.

Gọi $B$ là biến cố ‘‘Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán’’.

$A\cap B$ là biến cố ‘‘Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam’’.

Ta có $P(A\cap B)=\frac{10}{45}=\frac{2}{9}$; $P(A)=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$.

$P(B\setminus A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{2}$.

Vậy xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam là $\frac{1}{2}$.

**Câu 14:** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn $4$, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

**A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố “ số chấm trên xúc xắc không nhỏ hơn $4$”

$B$ là biến cố “ xúc xắc xuất hiện mặt lẻ”, ta cần tính $P(A|B)$

Kết quả thuận lợi của biến cố $A=\{4;5;6\}$

Kết quả thuận lợi của biến cố $B=\{1;3;5\}$

Vậy $P(A|B)=\frac{1}{3}$.

**Câu 15:** Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có $86\%$ khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có $25\%$ số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.

**A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $0,86$. **C.** $\frac{30}{43}$. **D.** $\frac{25}{86}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " người mua hàng là phụ nữ"

$B$ là biến cố " người mua hàng cần nhân viên tư vấn ", ta cần tính $P(B|A)$

$P(A)=0,86;P(AB)=0,25$

Vậy $P(B|A)=\frac{0,25}{0,86}=\frac{25}{86}$.

**Câu 16:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(B)=0,4$ và $P(AB)=0,1$. Tính $P(A|B)$

**A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

**Lời giải**

Ta có $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,1}{0,4}=\frac{1}{4}$.

**Câu 17:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,3$, $P(B)=0,7$ và $P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}B)$

**A.** $0,35$. **B.** $0,3$. **C.** $0,65$. **D.** $0,55$.

**Lời giải**

Ta có $P(AB)=P(A|B).P(B)=0,35$

Vì $\overline{A}B$ và $AB$ là hai biến cố xung khắc và $\overline{A}B\cup AB=B$ nên

$P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=0,35$.

**Câu 18:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,8;P(A/B)=0,5$. Tính $P(AB)$

**A.** $\frac{3}{7}$. **B.** $0,4$ **C.** $0,8$. **D.** $0,5$.

**Lời giải**

Ta có $P(AB)=P(A/B)P(B)=0,5.0,8=0,4$

**Câu 19:** Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

**A.** $\frac{1}{10}$ **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố lần 1 bốc được bi xanh.

Gọi $B$ là biến cố lần $2$ bốc được bi đỏ.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1đã bốc được bi trắng là $P(B/A)$

Ta có $P(A)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5};P(AB)=\frac{8}{10}.\frac{2}{9}=\frac{8}{45}.$

Suy ra $P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}}=\frac{2}{9}.$

**Câu 20:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

**A.** $\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{3}{17}$ **C.** $\frac{17}{30}$. **D.** $\frac{13}{30}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng tên là Hiền".
Gọi $B$ là biến cố "bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng là nữ".

Ta có $P(B)=\frac{17}{30},P(AB)=\frac{1}{30}.$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{1}{17}.$

**Câu 21:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,2;\ P(B)=0,8$ và $P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}B)$ có kết quả là

**A.** $P(\overline{A}B)=0,9$. **B.** $P(\overline{A}B)=0,6$. **C.** $P(\overline{A}B)=0,04$. **D.** $P(\overline{A}B)=0,4$.

**Lời giải**

Theo công thức nhân xác xuất, ta có $P(AB)=P(B).P(A|B)=0,8.0,5=0,4$

Vì $AB$ và $\overline{A}B$ là hai biến cố xung khắc nên $AB\cup\overline{A}B=B\Rightarrow P(\overline{A}B)=1-P(AB)=1-0,4=0,6$

.

**Câu 22:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(B)>0$ và $P(A|B)=0,7$. Tính $P(\overline{A}|B)$ có kết quả là

**A.** $P(\overline{A}|B)=0,5$. **B.** $P(\overline{A}|B)=0,6$. **C.** $P(\overline{A}|B)=0,3$. **D.** $P(\overline{A}|B)=0,4$.

**Lời giải**

Với mọi biến cố $A$ và $B$, $P(B)>0$ ta có $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=1-0,7=0,3$.

**Câu 23:** Một hộp chứa bốn viên bi cùng loại ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Mạnh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi, bỏ viên bi đó ra ngoài và lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Không gian mẫu của phép thử đó là

**A.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)\}$.

**B.** $\Omega=\{(1,2);(1,1);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$

**C.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(1,1);(3,4);(4,4);(3,3)\}$.

**D.** $\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$.

**Lời giải**

$\Omega=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$,

**Câu 24:** Một lớp học có $40$ học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có $30$ học sinh giỏi môn Toán và $15$ học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Học sinh được chọn giỏi môn Toán", $B$ là biến cố: "Học sinh được chọn giỏi môn Văn".

Số học sinh giỏi cả hai môn là $30+15-40=5$

Trong $30$ học sinh đó có đúng $5$ học sinh giỏi môn Văn. Vậy xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán với điều kiện học sinh đó giỏi môn Văn là $P(A\mid B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$.

**Câu 25:** Một công ty bất động sản đấu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đấu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là $0,7$ và mảnh đất số 2 là $0,8$. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

**A.** $0,8$. **B.** $0,7$. **C.** $0,75$. **D.** $0,6$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 "

Gọi $B$ là biến cố " công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2 ".

Gọi $C$ là biến cố " công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 "$\Rightarrow P(C)=P(B\mid A)=P(B)=0,8$.

**Câu 26:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(A)=0,85$, $P(B)=0,7$, $P(A\overline{B})=0,58$. Tính $P(\overline{A}B)$.

**A.** $0,39$. **B.** $0,37$. **C.** $0,43$. **D.** $0,52$.

**Lời giải**

Ta có $P(AB)+P(A\overline{B})=P(A)\Rightarrow P(AB)=P(A)-P(A\overline{B})=0,85-0,58=0,27$.

Lại có $P(AB)+P(\overline{A}B)=P(B)\Rightarrow P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=0,7-0,27=0,43$.

**Câu 27:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm"

Gọi $B$ là biến cố " tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5".

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 3 chấm thì con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 2 chấm thì tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5 chấm $P(B|A)=\frac{1}{6}$.

**Câu 28:** Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là

**A.** $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " viên bi lấy lần thứ nhất là màu đen "

Gọi $B$ là biến cố " viên bi lấy lần thứ hai là màu đen ".

Suy ra $A\cap B$ là biến cố " cả 2 lần lấy viên bi màu đen ".

Ta có xác suất của biến cố $A$ là $P(A)=\frac{9.12}{13.12}=\frac{9}{13}$; $P(A\cap B)=P(AB)=\frac{9.8}{13.12}=\frac{6}{13}$.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{6}{13}:\frac{9}{13}=\frac{2}{3}$.

**Câu 29:** Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

**A.** $\frac{1}{458}$. **B.** $\frac{1}{285}$. **C.** $\frac{1}{870}$. **D.** $\frac{1}{435}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " thẻ thứ nhất trúng thưởng "

Gọi $B$ là biến cố " thẻ thứ hai trúng thưởng ".

Khi đó $A\cap B$ là biến cố " cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng ".

Ta có $P(A)=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$ và $P(B|A)=\frac{1}{29}$.

Mà $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}\Rightarrow P(AB)=P(A).P(B|A)=\frac{1}{15}.\frac{1}{29}=\frac{1}{435}$.

**Câu 30:** Trong hộp có 3 cây bút xanh và 7 bút đỏ. An lấy lần lượt 2 lần, mỗi lần lấy 1 cây bút và không hoàn lại hộp. Xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là bút đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng là bút đỏ là?

**A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ".

Gọi $B$ là biến cố "cây bút lấy lần thứ nhất là màu đỏ".
Nếu cây bút lấy lần thứ nhất là cây bút đỏ. Khi đó trong hộp còn lại cây bút: gồm 3 cây bút xanh và 6 cây bút đỏ. Vậy xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(A|B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

**Câu 31:** Một hộp có 10 viên bi trắng và 15 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp và không trả lại. Lần thứ hai lẫy ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: "Lần thứ hai lấy được 1 viên bi trắng"

B là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ"

Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{7}{30}$.

**Lời giải**

Lần thứ nhất lầy được bi đỏ khi đó trong hộp chỉ còn lại $24$ viên bị gồm $10$ viên bị trắng và 14 viên bị đỏ.

Khi đó xác suất để lần thứ hai lấy được bi trắng biết lần thứ nhất lấy được bị đỏ là:

$$P(A|B)=\frac{C_{10}^1}{C_{24}^1}=\frac{5}{12}.$$

**Câu 32:** Trong đợt khảo sát về sức khỏe của một công ty có $100$ người trong đó có $60$ nam và $40$ nữ người ta thấy có 30 người nam bị bệnh đau dạ dày và có 10 người nữ bị bệnh đau dạ dày. Chọn ngẫu nhiên một người từ công ty đó. Tính xác suất người đó bị bệnh đau dạ dày biết người đó là nữ.

**A.** $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

**Lời giải**

Xét hai biến cố

A là biến cố: " Người được chọn bị bệnh đau dạ dày"

B là biến cố: " Người được chọn là nữ"

Khi đó, biến cố người được chọn bị bệnh đau dạ dày biết người đó là nữ chính là xác xuất của biến cố A với điều kiện B

Khi đó ta có: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Xác suất để người được chọn bị bệnh đau dạ dày và là nữ: $P(A\cap B)=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

Xác suất người được chọn là nữ: $P(B)=\frac{40}{100}=\frac{2}{5}\Rightarrow P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{4}$.

**Câu 33:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(B)=0,8$, $P(AB)=0,4$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $2$.

**Lời giải**

Ta có: $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,4}{0,8}=\frac{1}{2}$.

**Câu 34:** Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ.

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$. **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

**Lời giải**

Không gian mẫu $n(\Omega)=95$.

Gọi A là biến cố "gọi được sinh viên nữ".

Gọi B là biến cố "gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê".

Ta cần tính $P(B|A)$.

Theo giả thiết ta có: $n(A)=55 \Rightarrow P(A)=\frac{55}{95}$.

$n(AB)=11 \Rightarrow P(AB)=\frac{11}{95}$.

Vậy $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{11}{95}:\frac{55}{95}=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$.

**Câu 35:** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

**A.** $\frac{9}{16}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{21}{80}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ".

Gọi $B$ là biến cố "lần thứ hai lấy được bi màu xanh".

Ta cần tìm $P(B|A)$. Không gian mẫu $n(\Omega)=16.15$ cách chọn.

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 15 bi còn lại có 15 cách chọn, do đó $P(A)=\frac{7.15}{16.15}=\frac{7}{16}$. Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(AB)=\frac{7.9}{16.15}=\frac{21}{80}$.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ là $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}}=\frac{3}{5}$.

**Câu 36:** Cho hai xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó.

Xét các biến cố:

A: "Tổng số chấm trên hai xúc xắc bằng 7";

B: "Xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm".

Tính $P(A|B)$.

**A.** $6$. **B.** $36$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Lời giải**

Không gian mẫu có số phần tử là 36.
Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc bằng 7, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm, là xác suất có điều kiện $P(A|B)$. Biến cố $A\cap B$ chỉ có 1 kết quả thuận lợi là xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm và xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm nên $P(A\cap B)=\frac{1}{36}$.

Có 6 khả năng xảy ra khi xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm nên $P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Suy ra: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}}=\frac{1}{6}$.

**Câu 37:** Cho hai đồng xu cân đối và đồng chất. Tung lần lượt đồng xu trong hai đồng xu đó.

Xét các biến cố:

A: "Đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa";

B: "Đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp".

Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

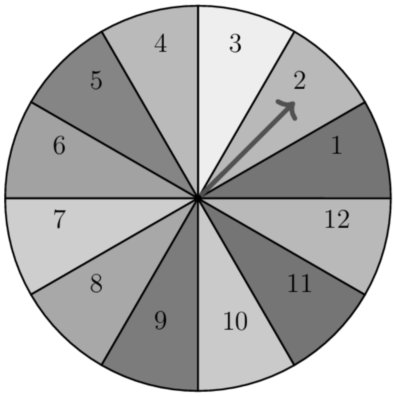
Không gian mẫu có số phần tử là 4.

Xác suất để đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa, biết rằng đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp là xác suất có điều kiện $P(A|B)$. Biến cố $A\cap B$ chỉ có 1 kết quả thuận lợi là đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp, đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa nên $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$. Có 2 khả năng xảy ra khi đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp nên $P(B)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

Suy ra: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:




Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên.

Gọi $A$ là biến cố "An quay được số chia hết cho 3 "; $B$ là biến cố "An quay được số chia hết cho 5 "; $C$ là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A,B,C$ lần lượt là $48,24,72$.

c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{1}{12}$.

**Lời giải**

a) Đúng: Khi An quay thì có 12 khả năng xảy ra còn khi Bình quay thì có 12 khả năng xảy ra.

Theo quy tắc nhân có $12.12=144$ khả năng xảy ra nên $n(\Omega)=144$.

b) Đúng: Xét biết cố $A$, An quay được số chia hét cho 3 thì có 4 khả năng còn khi Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng.

Theo quy tắc nhân có $4.12=48$ khả năng nên $n(A)=48$

Xét biến cố $B$, An quay được số chia hết cho 5 có 2 khả năng.

Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng nên theo quy tắc nhân có $2\cdot 12=24$ khả năng.

Do đó $n(B)=24$.

Xét biến cố $C$, An quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng. Bình quay một số chẵn có 6 khả năng nên theo quy tắc nhân có $12\cdot 6=72$ khả năng.

Do đó $n(C)=72$.

c) Đúng: Khi An quay được số chia hết cho 3 thì số khả năng Bình quay được số chẵn là 6 khả năng.

Do đó xác suất để Bình quay được số chẵn biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

d) Đúng: Khi Bình quay được số lẻ thì số khả năng An quay được số chia hết cho 5 là 2 khả năng.

Do đó xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

**Câu 2:** Một hộp đựng $10$ quả cầu đỏ và $8$ quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi $A$ là biến cố " Hùng lấy được quả cầu đỏ", $B$ là biến cố "Lâm lấy được một quả cầu đỏ". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$.

b) $P(B|A)$ bằng $\frac{9}{17}$.

c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$.

d) $P(B|\overline{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

**Lời giải**

a) Đúng: $n(\Omega)=18$

Số cách Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $n(A)=C_{10}^{1}=10$

Xác suất Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $P(A)=\frac{5}{9}$

b) Đúng: Sau khi Hùng lấy một quả cầu đỏ trong hộp còn lại $17$ quả cầu trong đó có $9$ quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm. Do đó, $P(B|A)=\frac{C_9^1}{C_{17}^1}=\frac{9}{17}$

c) Sai: Ta có $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB)=P(A).P(B|A) \Leftrightarrow P(AB)=\frac{5}{9}.\frac{9}{17}=\frac{5}{17}$.

d) Đúng: Gọi $\overline{A}$ là biến cố "Hùng lấy một quả màu xanh".

Sau khi Hùng lấy một quả cầu xanh trong hộp còn lại $17$ quả cầu trong đó có $10$ quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm.

Do đó, $P(B|\overline{A})=\frac{C_{10}^1}{C_{17}^1}=\frac{10}{17}$.

**Câu 3:** Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

*A*: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

*B*: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=\frac{5}{10}$.

b) $P(B)=\frac{7}{20}$.

c) $P(A|B)=0,75$.

d) $P(B|A)=0,48$.

**Lời giải**

a) Sai: Xác suất của biến cố $A$ là: $P(A)=\frac{25}{45}=\frac{5}{9}$.

b) Sai: Xác suất của biến cố $B$ là: $P(B)=\frac{16}{45}=0,3(5)$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là $12$, số học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy là $16$ nên $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{12}{16}=0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là $12$, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là $25$ nên

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{12}{25}=0,48.$$

**Câu 4:** Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là $0,3$.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là $0,5$.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là $32\%$.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "bệnh án rút ra bị biến chứng".

Gọi B là biến cố "bệnh án rút ra bị bỏng nhiệt".

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố "bệnh án rút ra bị bỏng hóa chất".

Theo đề:

a) Đúng: Xác suất do bị bỏng nhiệt là: $P(B)=0,7$.

Xác suất bị biến chứng trong bỏng nhiệt là $30\%=0,3 \Rightarrow P(A\mid B)=0,3$

Xác suất do bị bỏng hóa chất là $P(\overline{B})=0,3$.

b) Đúng: Xác suất bị biến chứng trong bỏng hóa chất là $50\%=0,5 \Rightarrow P(A\mid \overline{B})=0,5$

Xác suất biến cố "bệnh án bị biến chứng":

c) Sai: $P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,3.0,7+0,5.0,3=36\%$

d) Đúng: Xác suất của bệnh án bị biến chứng do bỏng nhiệt:

$$P(B\mid A)=\frac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\frac{0,7.0,3}{0,36}=\frac{7}{12}$$

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A,B$ có xác suất lần lượt là $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{3}{5}$ và $P(AB)=\frac{1}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $P(\overline{A})=\frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố $B$ với điều kiện $A$ là $P(B|A)=\frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A\cup B$ là $P(A\cup B)=1$.

d) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ với điều kiện $\overline{B}$ là $P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

a) Đúng: $P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{3}{5}$.

b) Sai: $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{5}:\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$.

c) Sai: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

d) Đúng: Ta có $P(\overline{A}|\overline{B})=1-P(A|\overline{B})=1-\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}$.

Lại có $P(A\overline{B})=P(A).P(\overline{B}|A)=P(A).(1-P(B|A))=\frac{2}{5}.\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{5}=0,2$.

Mặt khác $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}=0,4$. Do đó $P(\overline{A}|\overline{B})=1-\frac{0,2}{0,4}=\frac{1}{2}$.

**Câu 6:** Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là $0,3$. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và dự án 2 là $0,5$. Gọi $A,B$ lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $A,B$ là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là $0,6$.

c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là $0,2$.

**Lời giải**

a) Ta có $P(A)=0,4$, $P(B)=0,5$, $P(AB)=0,3$.

Khi đó $P(AB)\neq P(A).P(B)$ nên $A,B$ là hai biến cố không độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,4+0,5-0,3=0,6.$$

c) Ta có $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,3}{0,4}=0,75$.

d) Gọi $D$ là biến cố công ty thắng thầu đúng 1 dự án, ta có $P(D)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)$.

Lại có: $P(A.\overline{B})=P(A)-P(AB)=0,4-0,3=0,1$.

Khi đó: $P(\overline{A}.B)=P(B)-P(AB)=0,5-0,3=0,2\Rightarrow P(D)=0,1+0,2-0,3$.

**Câu 7:** Một công ty kim cương thống kê có $60\%$ người mua kim cương là nam, có $40\%$ số người mua kim cương là nam trên $50$ tuổi và $30\%$ số người mua kim cương là nữ trên $50$ tuổi ( giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là $0,4$.

b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên $50$ tuổi là $\dfrac{1}{3}$.

c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên $50$ tuổi là $\dfrac{3}{4}$.

d)Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên $50$ tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên $50$ tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi $A$ là biến cố: "người mua kim cương là nam" suy ra $P(A)=0,6$.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: "người mua kim cương là nữ " suy ra $P(\overline{A})=1-0,6=0,4$.

b) Sai: Gọi $B$ là biến cố: "người mua kim cương trên 50 tuổi".

Có $40\%$ số người mua kim cương là nam trên $50$ tuổi suy ra $P(AB)=0,4$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính : $P(B\,|\,A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,4}{0,6}=\dfrac{2}{3}$.

c) Đúng: Có $30\%$ số người mua kim cương là nữ trên $50$ tuổi suy ra $P(\overline{A}B)=0,3$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính : $P(B\,|\,\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})}=\dfrac{0,3}{0,4}=\dfrac{3}{4}$.

d) Sai: Dựa vào kết quả ở câu b) và câu c) ta thấy $\dfrac{P(B\,|\,\overline{A})}{P(B\,|\,A)}=\dfrac{9}{8}$.

Vậy tỉ lệ người mua trên $50$ tuổi trong số những người nữ cao hơn người nam gấp 1,125 lần.

**Câu 8:** Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là $0,8$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là $0,2$.

b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $0,32$.

c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $0,16$.

d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là $0,12$.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi $A$ là biến cố: "ngày thứ sáu trời nắng" suy ra $P(A)=0,8$.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: "ngày thứ sáu trời có sương mù " suy ra $P(\overline{A})=1-0,8=0,2$.

b) Sai: Gọi $B$ là biến cố: "ngày thứ bảy trời có sương mù". Theo đề $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,4$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $P(\overline{A}B)=P(\overline{A}).P(B\mid\overline{A})=0,2.0,4=0,08$.

c) Sai: $P\left(B\mid A\right)=0,3\Rightarrow P\left(\overline{B}\mid A\right)=1-P\left(B\mid A\right)=0,7$.

Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right).P\left(\overline{B}\mid A\right)=0,8.0,7=0,56$.

d) $P(B\mid\overline{A})=0,4\Rightarrow P\left(\overline{B}\mid\overline{A}\right)=1-P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,6$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là

$$P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\mid\overline{A}\right)=0,2.0,6=0,12.$$

**Câu 9:** Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$ : "Lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh";

$B$ : "Lần thứ hai lấy được quả bóng xanh".

a) Sai: Xác suất để lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất là $P\left(A\right)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$.

b) Đúng: Sau khi lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất thì trong hộp còn 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh, biết lần thứ nhất cũng lấy được quả bóng xanh là $P(B|A)=\frac{1}{19}$.

c) Đúng: Gọi $C$: "Cả hai lần lấy được quả bóng xanh". Ta có biến cố $C$ là biến cố giao của hai biến cố $A$ và $B|A$ nên do đó $P(C)=P(A).P(B|A)=\frac{1}{10}.\frac{1}{19}=\frac{1}{190}$.

d) Đúng: Ta có $\overline{C}$: "Ít nhất một lần lấy được quả bóng đỏ"

Do đó $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{1}{190}=\frac{189}{190}$.

**Câu 10:** Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi $A$ là biến cố: "Hùng lấy được viên bi màu đỏ", $B$ là biến cố: "Nam lấy được viên bi màu xanh". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Với $\Omega$ là không gian mẫu $n(\Omega)=196$.

b) $P(B)=\frac{8}{13}$

c) $P(AB)=\frac{24}{91}$

d) $P(A|B)=\frac{6}{13}$

**Lời giải**

a) Sai: Nam có 14 cách lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp

Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp (vì Nam lấy bi và không trả lại)

Do đó $n(\Omega)=14.13=182$.

b) Sai: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp. Dó đó $n(B)=8.13=104 \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{4}{7}$.

c) Đúng: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 6 cách lấy một viên bi màu đỏ.

Do đó $n(AB)=8.6=48 \Rightarrow P(AB)=\frac{n(AB)}{n(\Omega)}=\frac{24}{91}$.

d) Đúng: Ta có: $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{6}{13}$

**Câu 11:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi $A$ là biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn", $B$ là biến cố: "Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(AB)=\frac{1}{6}$

b) $P(B)=\frac{11}{36}$

c) $P(A|B)=\frac{5}{6}$

d) $P(\overline{A}|B)=\frac{4}{11}$

**Lời giải**

a) Đúng: $n(\Omega)=6.6=36$. $AB=\{(3,2);(3,4);(3,6);(2,3);(4,3);(6,3)\}\Rightarrow n(AB)=6$

Do đó $P(AB)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

b) Đúng: Ta có $\overline{B}=\{(i;j)\,|\,i,j\in\{1,2,4,5,6\}\}\Rightarrow n(\overline{B})=5.5=25\Rightarrow n(B)=36-n(\overline{B})=11$.

Do đó $P(B)=\frac{11}{36}$.

c) Sai: Ta có $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{6}:\frac{11}{36}=\frac{6}{11}$.

d) Đúng: Ta có: $\overline{A}B=\{(3,1);(3,5);(1,3);(5,3)\}\Rightarrow n(\overline{A}B)=4$ do đó $P(\overline{A}|B)=\frac{n(\overline{A}B)}{n(B)}=\frac{4}{11}$

**Câu 12:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(\overline{A})=0,4$, $P(B)=0,7$, $P(A\cap B)=0,3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=0,6$ và $P(\overline{B})=0,3$ .

b) $P(A|B)=\frac{2}{3}$

c) $P(\overline{B}|A)=\frac{1}{3}$

d) $P(\overline{A}\cap B)=\frac{3}{5}$

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có: $P(\overline{A})=1-P(A)=0,6$ nên $P(B)=1-P(\overline{B})=0,3$.

b) Sai: Ta có: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,3}{0,7}=\frac{3}{7}$.

c) Sai: Ta có: $P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=1-\frac{0,3}{0,6}=0,5$.

d) Sai: Ta có: $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A}|B).P(B)$ mà $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=1-\frac{0,3}{0,7}=\frac{4}{7}$

Suy ra $P\left(\overline{B}\cap A\right)=P\left(\overline{A}\mid B\right).P\left(B\right)=\frac{4}{7}.0,7=\frac{2}{5}$.

**Câu 13:** Một công ty xây dựng đấu thầy 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,5$ và dự án 2 là $0,6$. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là $0,3$. Gọi $A,B$ lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,5$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,3$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,8$.

**Lời giải**

a) Sai: $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)$

Mà $0,5.0,6\ne 0,3$ nên $A$ và $B$ không độc lập

b) Đúng: Gọi $C$ là biến cố công ty chỉ thắng thầu 1 dự án:

$$P\left(C\right)=P\left(A\cap\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(A\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)$$
$$=P\left(A\right)+P\left(B\right)-2P\left(A\cap B\right)=0,5+0,6-2.0,3=0,5.$$

c) Sai: Gọi $D$ là biến cố công ty thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1

$$P\left(D\right)=P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,3}{0,5}=\frac{3}{5}.$$

d) Sai: Gọi $E$ là biến cố công ty thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1

$$P\left(E\right)=P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,6-0,3}{0,5}=\frac{3}{5}.$$

**Câu 14:** Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

$A$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

$B$: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(A\right)=0,4.$

b) $P\left(B\right)=0,625.$

c) $P\left(A\mid B\right)=0,75.$

d) $P\left(B\mid A\right)=0,48.$

**Lời giải**

a) Sai: Xác suất của biến cố $A$ là: $P(A)=\dfrac{25}{40}=0,625$.

b) Sai: Xác suất của biến cố $B$ là: $P(B)=\dfrac{16}{40}=0,4$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng là 16 nên $P(A|\ B)=\dfrac{12}{16}=0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông là 25 nên $P(B|\ A)=\dfrac{12}{25}=0,48$.

**Câu 15:** Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

| Kết quả điều tra | Mông | Dao |
|---|---|---|
| Suy dinh dưỡng | 27 | 24 |
| Không suy dinh dưỡng | 153 | 96 |

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã

Gọi $A$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.
Gọi $B$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\overline{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B)=0,6$.

b) $P(AB)=0,102$.

c) Tỉ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là $15\%$.

d) Tỉ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là $85\%$.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có $n(\Omega)=300$

Số lượng trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $n(B)=27+153=180$

Xác suất chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $P(B)=\dfrac{180}{300}=\dfrac{3}{5}=0,6$.

b) Sai $AB$ là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Mông

$\Rightarrow n(AB)=27 \Rightarrow P(AB)=\dfrac{27}{300}=0,09$.

c) Đúng: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,09}{0,6}=0,15$.

d) Sai: Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao là $P(\overline{B})=\dfrac{120}{300}=0,4$

$A\overline{B}$ là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Dao

$\Rightarrow n\left(A\overline{B}\right)=24 \Rightarrow P\left(AB\right)=\dfrac{24}{300}=0,08$.

Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng của xã là dân tộc Dao là

$$P\left(A|\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{0,08}{0,4}=0,2.$$

**Câu 16:** Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

$A$: "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

$B$: "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(B|\, A\right)=0,625$.

b) $P\left(B|\, \overline{A}\right)=0,6$.

c) $P\left(\overline{B}|\, A\right)=0,4$.

d) $P\left(\overline{B}|\, \overline{A}\right)=0,375$.

**Lời giải**

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nam thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam còn lại là 15, số học sinh nữ giữ nguyên; nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nữ thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam giữ nguyên, số học sinh nữ còn lại là 24.

Khi đó, $P\left(B|\, A\right)=\dfrac{25}{40}=0,625$; $P\left(B|\, \overline{A}\right)=\dfrac{24}{40}=0,6$; $P\left(\overline{B}|\, A\right)=\dfrac{15}{40}=0,375$

$P\left(\overline{B}|\, \overline{A}\right)=\dfrac{16}{40}=0,4$.

**Câu 17:** Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\dfrac{4}{7}$.

b) Xác xuất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\dfrac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\dfrac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi $A$ là biến cố: "An lấy được bóng xanh".

Khi đó: $n\left(A\right)=8$, $n\left(\Omega\right)=14 \Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{8}{14}=\dfrac{4}{7}$.

b) Đúng: Gọi $B$ là biến cố: "Bình lấy được bóng đỏ" nên ta có $P(B\mid A)=\dfrac{6}{13}$.

Theo công thức nhân xác suất thì $P(AB)=P(A).P(B\mid A)=\dfrac{4}{7}.\dfrac{6}{13}=\dfrac{24}{91}$.

c) Sai: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu xanh là: $\dfrac{4}{7}.\dfrac{7}{13}=\dfrac{4}{13}$

d) Đúng: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu đỏ là: $\dfrac{6}{14}.\dfrac{5}{13}=\dfrac{15}{91}$

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu là: $\dfrac{4}{13}+\dfrac{15}{91}=\dfrac{43}{91}$.

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu là $1-\dfrac{43}{91}=\dfrac{48}{91}$.

Vậy xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

**Câu 18:** Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.
b) Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ" bằng 2.
c) Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" bằng 4.
d) Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" bằng 5.

**Lời giải**

a) Sai: Không gian mẫu của phép thử:

$\Omega=\{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$

Vậy $n(\Omega)=12$.

b) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ" gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

c) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

d) Sai: Số kết quả thuận lợi của biến cố "thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn" gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

**Câu 19:** Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$

d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Học sinh được chọn giỏi môn Toán" và $B$ là biến cố: "Học sinh được chọn giỏi môn Văn"

Gọi $C$ là biến cố: "Học sinh được chọn không giỏi môn Toán" và $D$ là biến cố: "Học sinh được chọn không giỏi môn Văn"

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23+20-35=8$

a) Đúng: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là: $P(A\mid B)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

b) Đúng: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là: $P(B\mid A)=\frac{8}{23}$

c) Sai: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C\mid B)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$$

d) Sai: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23-8=15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D\mid A)=\frac{15}{23}$$

**Câu 20:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

d). Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"
Gọi $B$ là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

a) Đúng: Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A)=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$.

b) Sai: Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có: $P(B)=\frac{17}{30}, P(A\cap B)=\frac{1}{30}$. Do đó: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{1}{17}$

c) Đúng: Gọi $C$ là biến cố " Học sinh được chọn mang giới tính nam".
Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$.

Ta có: $P(C)=\frac{13}{30}, P(A\cap C)=\frac{2}{30}$ do đó: $P(A|C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}}=\frac{2}{13}$

d) Sai: Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác xuất để bạn đó là bạn nữ là

$$P(B|A)$$

Ta có: $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}}=\frac{1}{3}$

**Câu 21:** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:
A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";
B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)=0,4$.

b) $P(B)=0,625$.

c) $P(A|B)=0,75$.

d) $P(B|A)=0,48$.

**Lời giải**

a) Sai: Xác suất của biến cố $A$ là: $P(A)=\frac{25}{40}=0,625$.

b) Sai: Xác suất của biến cố $B$ là: $P(B)=\frac{16}{40}=0,4$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên $P(A|B)=\frac{12}{16}=0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên $P(B/A)=\frac{12}{25}=0,48.$

**Câu 22:** Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$: "Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II";

$B$: "Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II".

a) Sai: Xác suất đề lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là: $P(A)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$.

b) Đúng: Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quá bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $P(B|A)=\frac{1}{19}$.

c) Sai: Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$P(C)=P(A\cap B)=P(A).P(B/A)=\frac{1}{10}.\frac{1}{19}=\frac{1}{190}.$$

d) Đúng: Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại $I$ là:

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{1}{190}=\frac{189}{190}.$$

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ có $P(A)=0,4; P(B)=0,3; P(A|B)=0,5$. Tính $P(\overline{A}|B)$.

**Lời giải**

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB)=P(B)P(A|B)=0,3.0,5=0,15$.

Vì $\overline{A}B$ và $AB$ là hai biến cố xung khắc và $\overline{A}B\cup AB=B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=0,3-0,15=0,15$

Theo công thức tính xác suất có điều kiện, $P(\overline{A}|B)=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(B)}=\dfrac{0,15}{0,3}=0,5$.

**Câu 2:** Một bình đựng $50$ viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có $30$ viên bi trắng và $20$ viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất"

Gọi $B$ là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ hai".

Theo công thức nhân xác suất $P(A\cap B)=P(A).P(B|A)$

Vì có $30$ viên bi trắng trong tổng số $50$ viên bi nên $P(A)=\dfrac{30}{50}=\dfrac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi trắng đã được lấy ra ở lần thứ nhất, còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó bi xanh là 20 viên bi. Do đó $P(B|A)=\dfrac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A\cap B)=P(A).P(B|A)=\dfrac{3}{5}.\dfrac{20}{49}=\dfrac{12}{49}$.

**Câu 3:** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng $10$, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt $5$ chấm.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "ít nhất một con đã có mặt $5$ chấm"

Gọi $B$ là biến cố: "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng $10$".

Ta có: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{11}{36}$.

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6),(6;4),(5;6),(6;5),(6;6)\}$

Biến cố $A\cap B$ có $3$ trường hợp xảy ra: $\{(5;6),(6;5),(6;6)\}$ có xác suất là:

$$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{11}{36}}=\frac{3}{11}.$$

**Câu 4:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A)=0,98$

Gọi $B$ là biên cố "qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B\mid A)=0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A\cap B)$

Ta có $P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(B\mid A).P(A)=0,95.0,98=\frac{931}{1000}$.

**Câu 5:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "rút ra được câu hỏi lý thuyết"

Gọi $B$ là biến cố: "rút ra được câu khó"

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A\mid B)$

Ta có: $P(A)=\frac{13}{40}$; $P(B)=\frac{17}{40}$ suy ra $P(A\cap B)=\frac{5}{40}$

Vậy $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}}=\frac{5}{17}$.

**Câu 6:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "tên là Hiền"

Gọi $B$ là biến cố "nữ".

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A)=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A\mid B)$

Ta có: $P(B)=\frac{17}{30}$; $P(A\cap B)=\frac{1}{30}$. Do đó: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{1}{17}$.

**Câu 7:** Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Hai bạn được chọn có cùng giới tính"

Gọi $B$ là biến cố "Có ít nhất một bạn nam được chọn"

Suy ra $AB$: "Hai bạn được chọn là nam"

Xác suất để chọn được hai bạn nam là $P(AB)=\frac{C_5^2}{C_9^2}=\frac{5}{18}$

Xác suất để chọn được ít nhất 1 bạn nam $P(B)=\frac{C_5^1.C_4^1}{C_9^2}+\frac{C_5^2}{C_9^2}=\frac{5}{6}$ nên

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{3}.$$

**Câu 8:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết, biết rằng đó là câu hỏi khó. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Rút ra được câu hỏi lý thuyết"

Gọi $B$ là biến cố : "Rút ra được câu hỏi khó".

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có: $P(A)=\frac{13}{40},P(B)=\frac{17}{40}$ nên $P(A\cap B)=\frac{5}{40}$, $P(A|B)=\frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}}=\frac{5}{17}$.

**Câu 9:** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Minh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn được gọi tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó là nam bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Bạn được gọi tên Minh".

Gọi $B$ là biến cố "Bạn được gọi là nam".

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|B)$

Ta có: $P(B)=\frac{13}{30}$; $P(A\cap B)=\frac{2}{30}$. Do đó: $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}}=\frac{2}{13}$

**Câu 10:** Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là $0{,}9$. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là $0{,}7$. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là $0{,}3$. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

Gọi $A_i$ là biến cố: "Thí sinh thi đậu lần thứ $i$" $(i=1,2,3)$

Gọi $B$ là biến cố: "Thí sinh thi đậu"

Ta có: $B=A_1\cup\overline{A_1}A_2\cup\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$

Suy ra $P(B)=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)$

Trong đó:

$$\begin{cases}P(A_1)=0{,}9\\ P(\overline{A_1}A_2)=P(\overline{A_1}).P(A_2|\overline{A_1})=(1-P(A_1)).P(A_2|\overline{A_1})=0{,}1.0{,}7=0{,}07\\ P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}|\overline{A_1}).P(A_3|\overline{A_1}\,\overline{A_2})=(1-P(A_1)).(1-P(A_2|\overline{A_1})).P(A_3|\overline{A_1}\,\overline{A_2})=0{,}1.0{,}3.0{,}3\end{cases}$$

Vậy $P(B)=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=0{,}9+0{,}1.0{,}7+0{,}1.0{,}3.0{,}3=0{,}979\approx0{,}98$

**Câu 11:** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà mấy thứ nhất là $0{,}8$ và nhà mấy thứ hai là $0{,}7$. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Lấy được sản phẩm tốt "
$B_i$ là biến cố " Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ $i$ sản xuất ", với $i=1;2$

Ta có: $P(B_1)=\frac{3}{4}$; $P(B_2)=\frac{1}{4}$

Khi đó $P(A)=P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)=\frac{3}{4}.0{,}8+\frac{1}{4}.0{,}7=0{,}775$

**Câu 12:** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa $2$ bi trắng và $8$ bi đen, hộp thứ hai chứa $9$ bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có $2$ viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có $2$ bi trắng "

$B_i$ là biến cố " Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có $i$ bi trắng ", với $i=0;1;2$

$$P(A)=P(B_0).P(A\mid B_0)+P(B_1).P(A\mid B_1)+P(B_2).P(A\mid B_2)$$

$$=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}.\frac{C_9^2.C_3^1}{C_{12}^3}+\frac{C_8^1.C_2^1}{C_{10}^2}.\frac{C_{10}^2.C_2^1}{C_{12}^3}+\frac{C_8^2}{C_{10}^2}.\frac{C_{11}^2.C_1^1}{C_{12}^3}=\frac{772}{2475}\approx 0,31$$

**Câu 13:** Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là $30\%$. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là $40\%$. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng $0,21$; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

**Lời giải**

Gọi $A$: " Người nghiện thuốc lá"

$B$: " Người bị viêm họng"

Khi đó: $AB$: "Người nghiện thuốc và bị viêm họng"

$\overline{A}B$: "Người không nghiện thuốc và bị viêm họng"

Theo đề bài ta có $P(A)=30\%$; $P(B\mid A)=a\%$ và $P(AB)=0,21$ nên theo công thức xác suất có điều kiện ta được: $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}\Leftrightarrow a\%=\dfrac{0,21}{30\%}=70\%$.

Tương tự: $P(\overline{A})=1-30\%=70\%$; $P(B\mid\overline{A})=40\%$ và $P(\overline{A}B)=b\%$ nên theo công thức xác suất có điều kiện ta được: $P(B\mid\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})}\Leftrightarrow 40\%=\dfrac{b\%}{70\%}\Leftrightarrow b\%=28\%$.

Vậy $a+b=98$.

**Câu 14:** $A$ và $B$ mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của $A$ và $B$ lần lượt là $0,7$ và $0,4$. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của $B$ (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi $A$, $B$, $C$ lần lượt là biến cố " $A$ bắn trúng", " $B$ bắn trúng", "có một người bắn trúng"

Ta có $P(B\mid C)=\dfrac{P(B\overline{A})}{P(C)}=\dfrac{P(B\overline{A})}{P(B\overline{A})+P(A\overline{B})}=\dfrac{0,4.0,3}{0,4.0,3+0,7.0,4}=0,22$.

**Câu 15:** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ nhất", theo đề bài ta có $P(A)=0,7$.

Gọi $B$ là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ hai", theo đề bài ta có

$P(B\mid A)=0,8; P(B\mid\overline{A})=0,2.$

Gọi C là biến cố "Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai", ta có

$$P(C)=P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(BA)}{P(B)}=\frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=P(A)+P(B)-P(B|A).P(A)$.

Mặt khác $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\overline{B})=1-P(\overline{B}|\overline{A}).P(\overline{A})=1-0,8.0,3=0,76$.

$P(B)=P(A\cup B)-P(A)+P(B|A).P(A)=0,76-0,7+0,8.0,7=0,62$.

Vậy $P(C)=\dfrac{P(B|A).P(A)}{P(B)}=\dfrac{0,8.0,7}{0,62}=\dfrac{28}{31}\approx 0,9$.

**Câu 16:** Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\dfrac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Lần thứ nhất chọn được bạn nữ"

Gọi $B$ là biến cố: "Lần thứ hai chọn được bạn nữ"

Gọi $C$ là biến cố: "Chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ"

Theo đề bài ta có $C=AB\Rightarrow P(C)=P(AB)=\dfrac{15}{62}$.

Gọi số học sinh của lớp là $x, x\in\mathbb{N}, x>16$.

Theo đề bài ta có: $P(A)=\dfrac{16}{x}, P(B/A)=\dfrac{15}{x-1}$.

Do $P(AB)=P(BA)=P(B|A).P(A)\Leftrightarrow\dfrac{15}{62}=\dfrac{16}{x}.\dfrac{15}{x-1}\Leftrightarrow x^2-x-992=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=32\\x=-31\end{array}\right.$.

Vậy số học sinh của lớp là 32 học sinh.

**Câu 17:** Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)

**Lời giải**

Ta có gọi $A$ là biến cố: "An qua được vòng 1"; $P(A)=0,8$.

$B$ là biến cố: "An qua được vòng 2"; $P(B|A)=0,7$.

$C$ là biến cố: "An đỗ kỳ thi";

$D$ là biến cố: "An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2";

Ta có $D=A\overline{B}$ nên $P(D|\overline{C})=\dfrac{P(D\overline{C})}{P(\overline{C})}$.

Mặt khác, nếu An qua được vòng 1 nhưng không qua vòng 2 thì An không đỗ kỳ thi, nên $P\left(\overline{C}\mid D\right)=1$ hay $P\left(D\overline{C}\right)=P\left(D\right).P\left(\overline{C}\mid D\right)=P\left(D\right)$.

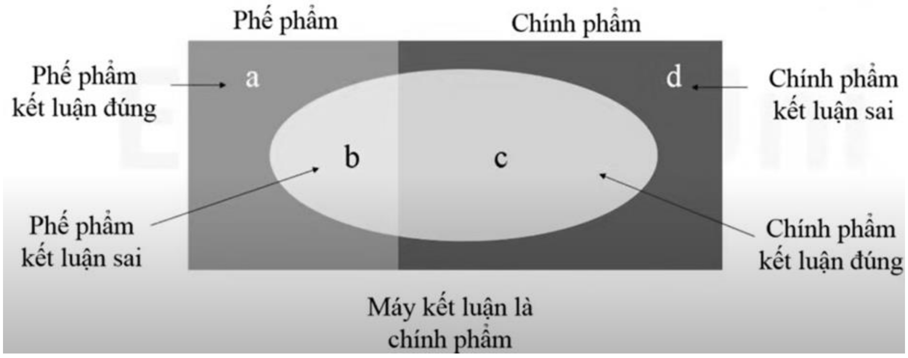
Vì $P\left(D\right)=P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right).P\left(\overline{B}\mid A\right)$ nên $P\left(D\right)=0,8.0,3=0,24$.

$P\left(\overline{C}\right)=1-P\left(C\right)=1-P\left(AB\right)=1-P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)=1-0,8.0,7=0,44$.

Vậy $P\left(D\mid\overline{C}\right)=\dfrac{P\left(D\overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)}=\dfrac{0,24}{0,44}=\dfrac{6}{11}\approx 0,55$

**Câu 18:** Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là $10\%$. Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là $95\%$, nhận biết đúng phế phẩm là $90\%$. Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

**Lời giải**




Gọi $a$ là phế phẩm kết luận đúng; $b$ là phế phẩm kết luận sai

$c$ là chính phẩm kết luận đúng; $d$ là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ \dfrac{a}{a+b}=0,9 \\ \dfrac{c}{c+d}=0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ 0,1a-0,9b=0 \\ 0,05c-0,95d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0,09 \\ b=0,01 \\ c=0,855 \\ d=0,045 \end{cases}$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b=\dfrac{b}{b+c}=\dfrac{0,01}{0,01+0,855}=0,012$.

**Câu 19:** Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là $a$; $b$ và $0,7$ (với $0<b<a<1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

**Lời giải**

Gọi $A_i$ là biến cố "người thứ $i$ ghi bàn" với $i=\overline{1,3}$.

Ta có các biến cố $A_1, A_2, A_3$ là các biến cố độc lập và $P\left(A_1\right)=a, P\left(A_2\right)=b, P\left(A_3\right)=0,7$

Gọi $A$ là biến cố: "Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

$B$ là biến cố: "Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

$C$ là biến cố: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có: $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)=0,3.(1-a)(1-b)$

$\Rightarrow P(A)=1-0,3.(1-a)(1-b)$.

Lại có $B=A_1.A_2.A_3\Rightarrow P(B)=P(A_1.A_2.A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=0,7.ab$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}1-0,3.(1-a).(1-b)=0,982\\0,7ab=0,392\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+ab-(a+b)=0,06\\ab=0,56\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=1,5\\ab=0,56\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0,8\\b=0,7\end{cases}\ (a>b)$$

Mặt khác ta có $C=\overline{A_1}.A_2.A_3+A_1.\overline{A_2}.A_3+A_1.A_2.\overline{A_3}$ nên

$P(C)=(1-a).b.0,7+a.(1-b).0,7+a.b.0,3=0,2.0,7.0,7+0,8.0,3.0,7+0,8.0,7.0,3=0,434$.

**Câu 20:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Tổng số chấm trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6".

Gọi $B$ là biến cố: "Có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm".

Ta có: $n(\Omega)=6.6=36$ và $AB=\{(1;3);(3;1);(2;3);(3;2);(3;3)\}\Rightarrow P(AB)=\dfrac{5}{36}$

$\overline{B}=\{(a;b)\mid a,b\in\{1;2;4;5;6\}\}\Rightarrow n\left(\overline{B}\right)=5.5=25$

Khi đó: $P(B)=1-P\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{25}{36}=\dfrac{11}{36}$ nên $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{5}{11}\approx 0,45$.

**Câu 21:** Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

| Tình trạng | Viêm phổi | Không viên phổi |
|---|---|---|
| Nghiện thuốc lá | 750 | 1238 |
| Không nghiện thuốc lá | 572 | 2440 |

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

**Lời giải**

Không gian mẫu: $n(\Omega)=5000$.

Gọi $A$ là biến cố: "Người đó bị viêm phổi"

Gọi $B$ là biến cố: "Người đó không nghiện thuốc lá"

Khi đó $AB$ là biến cố: "Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá".

Vậy $n(AB)=572 \Rightarrow P(AB)=\dfrac{n(AB)}{n(\Omega)}=\dfrac{572}{5000}$.

Ta có $572+2440=3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B)=3012$.

Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{3012}{5000}=\dfrac{753}{1250}$. Do đó $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{572}{3012}=\dfrac{143}{753}\approx 0,19$.

**Câu 22:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20$ m với xác suất trúng thỏ là $0,5$, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ $2$ ở khoảng cách $30m$, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ $3$ ở khoảng cách $50$ m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Lời giải**

Gọi $A_k$ là biến cố:"Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ $k$", $k=1,2,3$.

Theo đầu bài ta có: $P(A_1)=0,5$; $P\left(A_2\mid \overline{A_1}\right)=\dfrac{20\times 0,5}{30}=\dfrac{1}{3}$; $P\left(A_3\mid \overline{A_1}.\overline{A_2}\right)=\dfrac{20\times 0,5}{50}=\dfrac{1}{5}$.

Gọi $A$ là biến cố:"Người thợ săn bắn trúng thỏ". Khi đó: $A=A_1\cup \overline{A_1}A_2\cup \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$.

Vì 3 biến cố $A_1$, $\overline{A_1}A_2$, $\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$. xung khắc từng đôi nên:

$P(A)=P(A_1)+P\left(\overline{A_1}A_2\right)+P\left(\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right)$.

Theo công thức nhân xác suất $P\left(\overline{A_1}A_2\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(A_2\mid \overline{A_1}\right)=\left[1-P(A_1)\right].P\left(A_2\mid \overline{A_1}\right)$

$=(1-0,5)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$.

Theo công thức nhân xác suất $P\left(\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\mid \overline{A_1}\right).P\left(A_3\mid \overline{A_1}.\overline{A_2}\right)$

$=\left[1-P(A_1)\right].P\left[1-P\left(A_2\mid \overline{A_1}\right)\right],P\left(A_3\mid \overline{A_1}.\overline{A_2}\right)=(1-0,5)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{15}$.

Do đó: $P(A)=0,5+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{11}{15}\approx 0,73$

**Câu 23:** Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm $9$ chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Lời giải**

Gọi $A_1$ là biến cố:"Không mở được cửa ở lần thử thứ 1"

$A_2$ là biến cố:"Không mở được cửa ở lần thử thứ $2$"

$A_3$ là biến cố:“Mở được cửa ở lần thử thứ $3$”

Ta phải tìm: $P\left(A_1A_2A_3\right)$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P\left(A_1A_2A_3\right)=P\left(A_1\right)P\left(A_2\mid A_1\right)P\left(A_3\mid A_1A_2\right)$.

Ta có $P\left(A_1\right)=\dfrac{7}{9}$; $P\left(A_2\mid A_1\right)=\dfrac{6}{8}$; $P\left(A_3\mid A_1A_2\right)=\dfrac{2}{7}$.

Do đó: $P\left(A_1A_2A_3\right)=\dfrac{7}{9}\times\dfrac{6}{8}\times\dfrac{2}{7}=\dfrac{1}{6}\approx 0,17$

**Câu 24:** Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho ban Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

**Lời giải**

Gọi $E_1$ là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có10 câu trong đó 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi $E_2$ là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

$E_1,E_2$ tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi B là biến cố bạn Bình rút được một câu thuộc bài

Khi đó $B=\left(E_1\cap B\right)\cup\left(E_2\cap B\right)\Rightarrow P\left(B\right)=P\left(E_1\right)P\left(B\mid E_1\right)+P\left(E_2\right)P\left(B\mid E_2\right)$

$P\left(E_1\right)=\dfrac{C_{10}^1}{C_{15}^1}=\dfrac{2}{3}$ $P\left(E_2\right)=\dfrac{C_5^1}{C_{15}^1}=\dfrac{1}{3}$; $P\left(B\mid E_1\right)=\dfrac{C_9^1}{C_{10}^1}=\dfrac{9}{10}$ $P\left(B\mid E_2\right)=\dfrac{C_8^1}{C_{10}^1}=\dfrac{4}{5}$

Khi đó: $P\left(B\right)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{9}{10}+\dfrac{1}{3}.\dfrac{4}{5}=\dfrac{13}{15}\approx 0,87$

**Câu 25:** Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:
Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.
Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.
Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

**Lời giải**

Gọi $B$ là biến cố người đó mắc bệnh, $\overline{B}$ là biến cố người đó không mắc bệnh

Khi đó xác suất mắc bệnh là $P\left(B\right)=0,005$

Xác suất không mắc bệnh là: $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=0,995$

Gọi $T$ là biến cố xét nghiệm dương tính, $\overline{T}$ là biến cố xét nghiệm âm tính

Xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh: $P\left(T\mid B\right)=0,98$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi mắc bênh là: $P\left(\overline{T}\mid B\right)=1-P\left(T\mid B\right)=0,02$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh: $P(\overline{T}\mid \overline{B})=0,95$

Xác suất xét nghiệm dương tính khi không mắc bệnh: $P(T|\overline{B})=1-P(\overline{T}|\overline{B})=0.05$

Xác suất để người được xét nghiệm có kết quả dương tính là

$P(T)=P(T|B)\cdot P(B)+P(T|\overline{B})\cdot P(\overline{B})=(0,98.0,005)+(0,995.0,05)=0,05465$

Xác xuất người đó mắc bệnh là $P(B|T)=\dfrac{P(T|B).P(B)}{P(T)}=\dfrac{0,98.0,005}{0,05465}=\dfrac{98}{1093}\approx 0,09$

**Câu 26:** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có $6$ viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\dfrac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất"

Gọi $B$ là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai"

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\dfrac{1}{3}$, suy ra $P(AB)=\dfrac{1}{3}$

Gọi $n$ là số viên kẹo ban đầu trong túi $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\neq 1\right)$

$P(A)=\dfrac{6}{n}$; $P(B|A)=\dfrac{5}{n-1}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=\frac{6}{n}\cdot\frac{5}{n-1}=\frac{30}{n^2-n}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow n^2-n=90\Leftrightarrow n^2-n-90=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=-9\\ n=10\end{array}\right..$$

Ta được $n=-9$ (loại) hoặc $n=10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

**Câu 27:** Trong kì kiếm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Xét hai biến cố sau:

$A$: "Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi";

$B$: "Học sinh được chọn ra là học sinh nữ".

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là xác suất của $A$ với điều kiện $B$.

Có 52 học sinh nữ đạt điểm giỏi nên: $P(A\cap B)=\dfrac{52}{400}=0{,}13$.

Có 210 học sinh nữ nên: $P(B)=\dfrac{210}{400}=0{,}525$.

Do đó, $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0{,}13}{0{,}525}\approx 0{,}25$.

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là $0{,}25$.

**Câu 28:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 51% số người mua bảo hiểm ô tô là nam, và có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là nam, tính xác suất người đó trên 50 tuổi (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi *A* là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô là nam, *B* là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô trên 50 tuổi". Ta cần tính $P(B\,|\,A)$.

Do có 51% người mua bảo hiểm ô tô là nam nên $P(A)=0{,}51$.

Do có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi nên $P(AB)=0{,}33$.

Vậy $P(B\,|\,A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0{,}33}{0{,}51}=\dfrac{11}{17}\approx 0{,}65$.

**Câu 29:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "rút ra được câu hỏi lý thuyết"

Gọi $B$ là biến cố: "rút ra được câu khó"

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó ) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A\,|\,B)$

Ta có: $P(A)=\dfrac{13}{40}$; $P(B)=\dfrac{17}{40}$; $P(A\cap B)=\dfrac{5}{40}$

Vậy $P(A\,|\,B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}}=\dfrac{5}{17}\approx 0{,}3$.

**Câu 30:** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất",

Gọi $B$ là biến cố: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai".

Ta cần tính xác suất $P(A\cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A\cap B)=P(A).P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A)=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$

Nếu $A$ đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A)=\frac{20}{49}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A\cap B)=P(A).P(B|A)=\frac{3}{5}.\frac{20}{49}=\frac{12}{29}\approx 0,41$

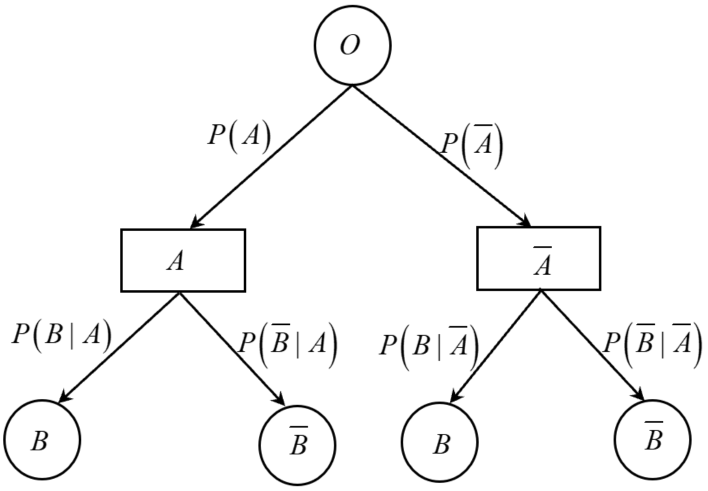
**-----------------HẾT-----------------**

## Dạng 2: Tính xác suất có điều kiện bằng sơ đồ hình cây

**Phương pháp:** Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A\cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O-A-B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O-A-B)$ và $(O-\overline{A}-B)$.




- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

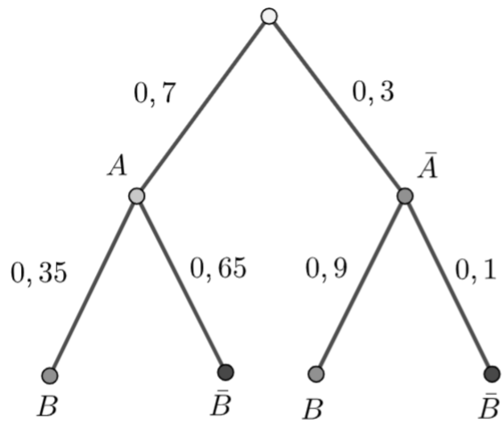
**Bài tập 1:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là $0,9$ còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là $0,35$. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là $0,7$. Tính xác suất để bán hết vé.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "trời mưa"; $B$ là biến cố: "bán hết vé".

Ta có: $P(A)=0,7$ suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:




Trên nhánh cây $OA$ và $O\overline{A}$ tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\overline{A})$.

Trên nhánh cây $AB$ và $A\overline{B}$ tương ứng ghi là $P(B\mid A)$ và $P(\overline{B}\mid A)$.

Trên nhánh cây $\overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$ tương ứng ghi là $P(B\mid \overline{A})$ và $P(\overline{B}\mid \overline{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới $B$ là $OAB$ và $O\overline{A}B$ nên $P(B)=0,7.0,35+0,3.0,9=0,515$.

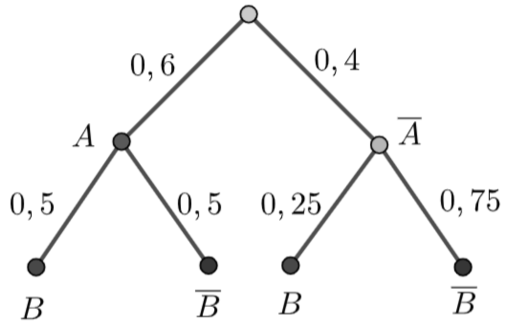
**Bài tập 2:** Một chiếc hộp có 2 loại bi là viên bi đỏ và viên bi vàng, trong đó có 60% là viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra người ta thấy có $50\%$ số viên bi màu đỏ đánh số và $25\%$ số viên bi màu vàng đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất để viên bi lấy được đánh số.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "viên bi lấy được màu đỏ"; $B$ là biến cố: "viên bi lấy được đánh số".

Ta có: $P(A)=0,6$ suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:




Trên nhánh cây $OA$ và $O\overline{A}$ tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\overline{A})$.

Trên nhánh cây $AB$ và $A\overline{B}$ tương ứng ghi là $P(B\mid A)$ và $P(\overline{B}\mid A)$.

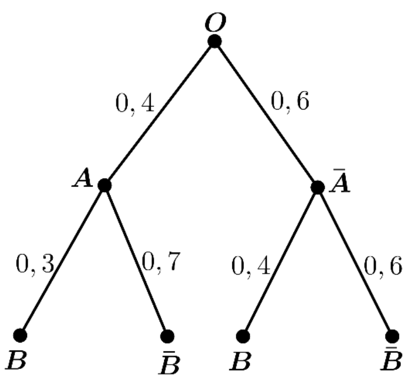
Trên nhánh cây $\overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$ tương ứng ghi là $P(B\mid\overline{A})$ và $P(\overline{B}\mid\overline{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới $B$ là $OAB$ và $O\overline{A}B$ nên $P(B)=0,6.0,5+0,4.0,25=0,4$.

**Bài tập 3:** Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,7$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy.

**Lời giải**

Kí hiệu $A$ là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";
Và $B$ là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".
Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:




Trên nhánh cây $OA$ và $O\overline{A}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\overline{A})$;

Trên nhánh cây $AB$ và $A\overline{B}$ tương ứng ghi $P(B\mid A)$ và $P(\overline{B}\mid A)$;

Trên nhánh cây $\overline{A}B$ và $\overline{AB}$ tương ứng ghi $P(B\mid\overline{A})$ và $P(\overline{B}\mid\overline{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới $B$ là $OAB$ và $O\overline{A}B$ nên $P(B)=0,4.0,3+0,6.0,4=0,36$.

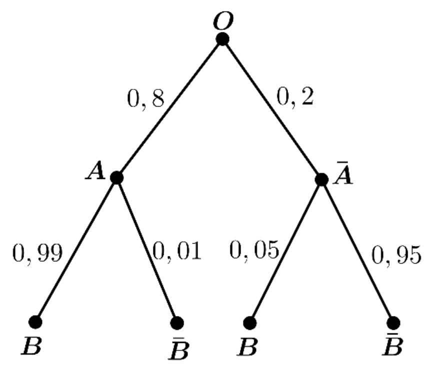
**Bài tập 4:** Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là $80\%$. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất $0,99$ được đóng dấu OTK;
- Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất $0,95$ không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

**Lời giải**

Với $A$ là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn";
Và $B$ là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK".
Khi đó, $\overline{B}$ là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK".
Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:




Có hai nhánh cây đi tới $\overline{B}$ là $OA\overline{B}$ và $O\overline{A}\overline{B}$ nên $P\left(\overline{B}\right)=0,8.0,01+0,2.0,95=0,198$.

**Bài tập 5:** Hộp thứ nhất có 5 chiếc bút bi xanh và 6 chiếc bút bi đen. Hộp thứ hai có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen. Các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó, bạn Hoa lại lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ cây, tính xác suất của các biến cố sau

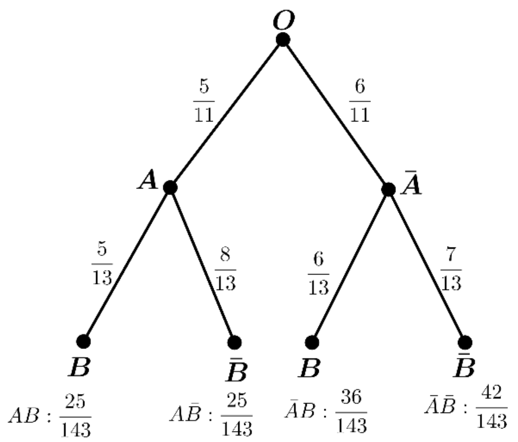
$M$ : "Bút bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và bút bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đen".

$N$ : "Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu".

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Bút bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh" và $B$ là biến cố " Bút bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đen". Ta có $P(A)=\dfrac{5}{11};P\left(B|A\right)=\dfrac{5}{13};P\left(\overline{B}|A\right)=\dfrac{8}{13}$

$P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{6}{11};P\left(B|\overline{A}\right)=\dfrac{6}{13};P\left(\overline{B}|\overline{A}\right)=\dfrac{7}{13}$. Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Do $M = AB$ nên $P(M) = \dfrac{25}{143}$.

Do $N = \overline{A}B \cup A\overline{B}$ và $\overline{A}B$, $A\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc nên $P(N) = \dfrac{40}{143} + \dfrac{36}{143} = \dfrac{76}{143}$.

**Bài tập 6:** Một trường trung học cơ sở ở Hà Nội tiến hành khảo sát tỉ lệ đỗ vào lớp 10 trường công lập năm 2024 của học sinh khối 9. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ đỗ vào lớp 10 là $85\%$ đối với học sinh có học lực khá giỏi và $10\%$ đối với học sinh còn lại. Tỉ lệ học sinh có học lực khá giỏi là $80\%$. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường đó đã tốt nghiệp THCS năm 2024.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

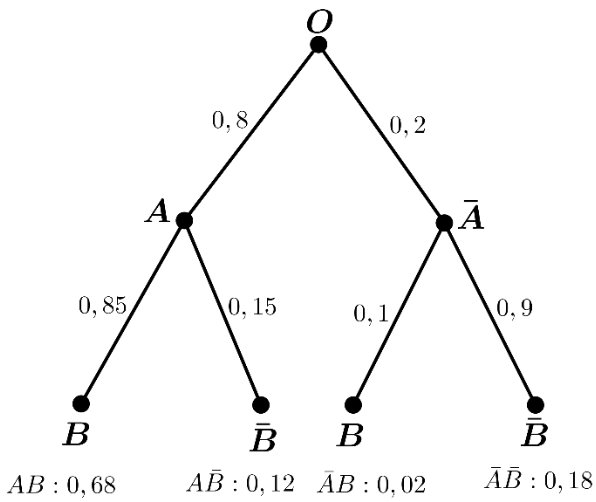
$C$: "Học sinh có học lực khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập";

$D$: "Học sinh có học lực không khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập".

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Học sinh có học lực khá giỏi" và $B$ là biến cố " Học sinh đỗ vào lớp 10 trường công lập". Ta có $P(A) = 0,8;\ P(B|A) = 0,85;\ P(\overline{B}|A) = 0,15$

$P(\overline{A}) = 0,2;\ P(B|\overline{A}) = 0,1;\ P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,9$. Ta có sơ đồ hình cây như sau:




Do $C = AB$ nên $P(C) = 0,68$. Do $D = \overline{A}B$ nên $P(D) = 0,02$.

**Bài tập 7:** Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

*A:* "Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật";

*B:* "Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh".

**Lời giải**

Gọi $M$ là biến cố "Bạn được chọn là nữ"

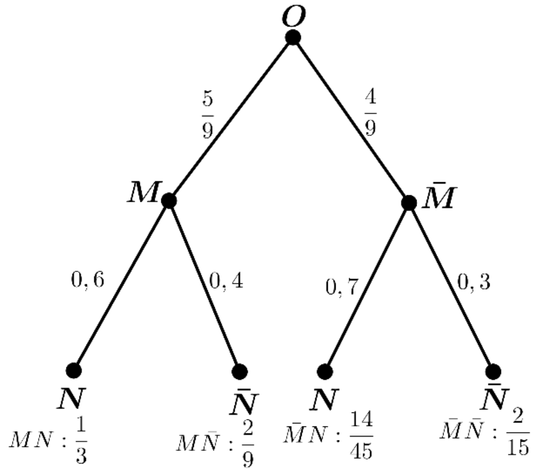
$N$ là biến cố "Bạn được chọn học tiếng Anh"

Ta có: $P(M) = \dfrac{C_{25}^1}{C_{45}^1} = \dfrac{5}{9}$ ; $P(N \mid M) = 0,6$ ; $P(N \mid \overline{M}) = 0,7$.

Suy ra: $P(\overline{M}) = 1 - P(M) = \dfrac{4}{9}$ ; $P(\overline{N} \mid M) = 1 - P(N \mid M) = 0,4$

Khi đó: $P\left(\overline{N} \mid \overline{M}\right)=1-P\left(N \mid \overline{M}\right)=0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây:




$P(A)=P\left(\overline{M}.\overline{N}\right)=\frac{4}{9}.0,3=\frac{2}{15}$; $P(B)=P(M.N)=\frac{5}{9}.0,6=\frac{1}{3}$.

**Bài tập 8:** Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất $0,02$. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện máy tính sẽ bị hỏng với xác suất $0,1$; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.

Hình 5

a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện", $B$ là biến cố "máy tính sẽ bị hỏng".

Khi đó:

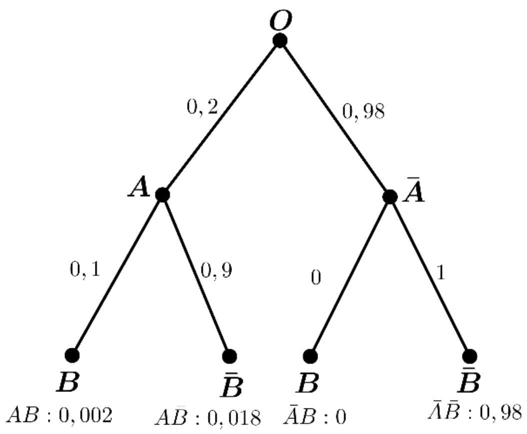
Do khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất $0,02$ nên $P(A)=0,02 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,98$.

UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện máy tính sẽ bị hỏng với xác suất $0,1$ nên $P(B \mid A)=0,1$.

Suy ra $P\left(\overline{B} \mid A\right)=1-P(B \mid A)=1-0,1=0,9$.

UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng nên $P\left(\overline{B} \mid \overline{A}\right)=1$.

Ta có sơ đồ hình cây:



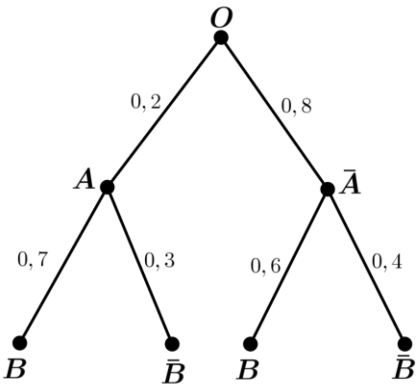

Xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện: $P\left(\overline{AB}\right)=0,98$.

Xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện: $P(AB)=0,002$.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho sơ đồ hình cây như hình vẽ.



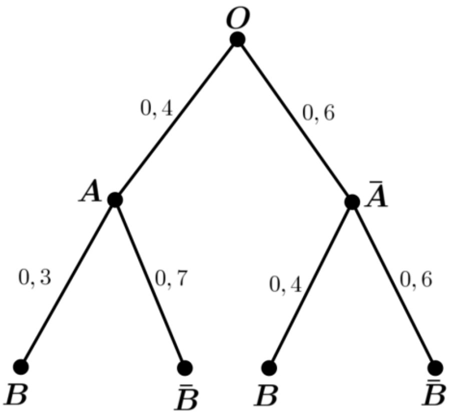

Dựa vào sơ đồ hình cây trên, tính xác suất để biến cố $P\left(B|\ \overline{A}\right)$ xảy ra

**A.** $0,62$. **B.** $0,32$. **C.** $0,48$. **D.** $0,06$.

**Lời giải**

Ta có $P\left(B|\ \overline{A}\right)=0,8.0,6=0,48$.

**Câu 2:** Cho sơ đồ hình cây như sau




Tính xác suất của biến cố $B$.

**A.** $0,36$. **B.** $0,12$. **C.** $0,51$. **D.** $0,24$.

**Lời giải**

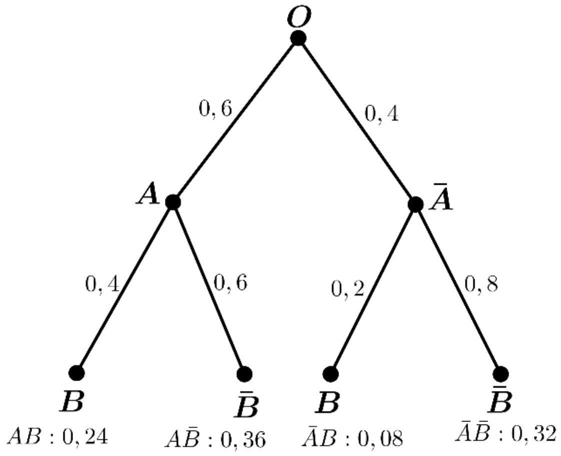
Ta có $P\left(B\right)=0,4.0,6+0,4.0,3=0,36$.

**Câu 3:** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố " Ngày có mưa" và B là biến cố " Ngày có sương mù". Tính các xác suất ngày có mưa nhưng không có sương mù.

**A.** $0,51$. **B.** $0,12$. **C.** $0,36$. **D.** $0,24$.

**Lời giải**

Ta có sơ đồ cây như sau :




Xác suất để ngày có mưa nhưng không có sương mù là $P\left(A\overline{B}\right) = 0,6.0,6 = 0,36$.

**Câu 4:** Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:
*C*: "Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ".

**A.** $0,53$. **B.** $0,3$. **C.** $0,36$. **D.** $0,25$.

**Lời giải**

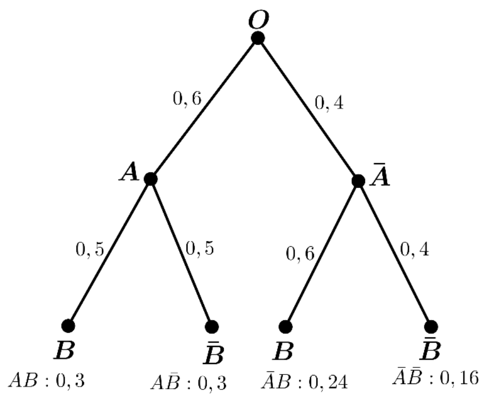
Để tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ khi có 1 bạn nam chuyển từ tổ I sang tổ II và 1 bạn nữ chuyển từ tổ II sang tổ I.

Gọi *A* là biến cố "Bạn chuyển từ tổ I sang tổ II là bạn nam" và *B* là biến cố "Bạn chuyển từ tổ II sang tổ I là bạn nữ".

Ta có: $P(A) = \dfrac{6}{10} = 0,6$; $P(B \mid A) = \dfrac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid A\right) = 0,5$.

$P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{4}{10} = 0,4$; $P\left(B \mid \overline{A}\right) = \dfrac{6}{10} = 0,6 \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid \overline{A}\right) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây:




Khi đó: $P(C) = P(AB) = 0,3$.

**Câu 5:** Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm $64\%$ tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có $85\%$ sản phẩm của chi nhánh I và $80\%$ sản phẩm của chi nhánh II đạt loại A. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố: *C*: "Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A".

**A.** $0,532$. **B.** $0,356$. **C.** $0,311$. **D.** $0,544$.

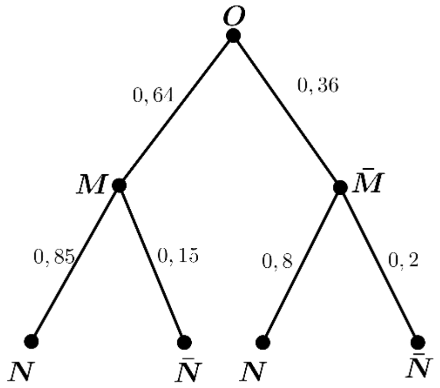
**Lời giải**

Gọi $M$ là biến cố “Sản phẩm được chọn của chi nhánh I”;
$N$ là biến cố “Sản phẩm được chọn loại A”.

Ta có: $P(M) = 64\% = 0,64$; $P(N \mid M) = 85\% = 0,85 \Rightarrow P(\overline{N} \mid M) = 0,15.$

$P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 0,36$; $P(N \mid \overline{M}) = 80\% = 0,8 \Rightarrow P(\overline{N} \mid \overline{M}) = 0,2.$

Ta có sơ đồ hình cây:




Khi đó: $P(C) = P(MN) = 0,544$.

**Câu 6:** Giả sử trong một nhóm người có $91\%$ người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là $85\%$, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là $7\%$. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

**A.** $0,93$. **B.** $0,0637$. **<u>C</u>.** $0,8463$. **D.** $0,7735$.

**Lời giải**

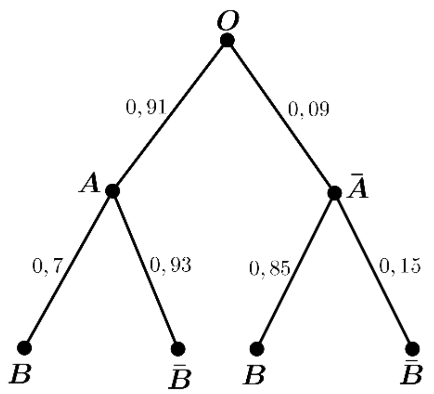
Gọi $A$: “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”.
Và $B$: “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”

Theo bài ta có: $P(A) = 0,91; P(B \mid A) = 0,07; P(B \mid \overline{A}) = 0,85$

Do đó: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09; P(\overline{B} \mid A) = 1 - P(B \mid A) = 1 - 0,07 = 0,93$

$P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 1 - P(B \mid \overline{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:




Vậy: $P(A\overline{B}) = 0,91.0,93 = 0,8463$.

**Câu 7:** Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam.

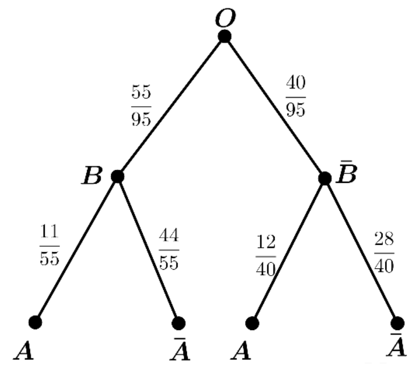
Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$ **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

**Lời giải**

Gọi $A$: "sinh viên được gọi tên có quốc tịch nước ngoài",

Và $B$: "sinh viên được gọi tên là nữ"




Vậy $P(A|B)=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$

**Câu 8:** Trên giá sách có 10 quyển sách Khoa học và 15 quyển sách nghệ thuật. Có 9 quyển sách viết bằng Tiếng Anh, trong đó 3 quyển sách Khoa học và 6 quyển sách Nghệ thuật, các quyển sách còn lại viết bằng tiếng Việt. Lấy ngẫu nhiên một quyển sách. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là sách Khoa học

**A.** $0,9$. **B.** $0,7$. **C.** $0,8$. **D.** $0,6$.

**Lời giải**

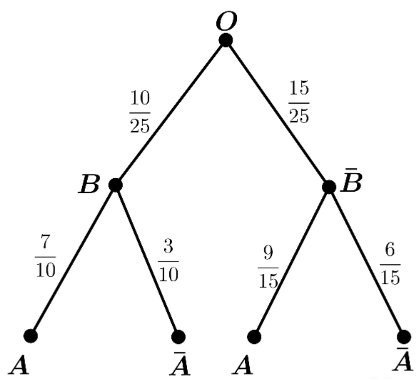
Vì có 9 quyển sách viết bằng tiếng Anh, trong đó 3 quyển sách Khoa học và 6 quyển sách Nghệ thuật, các quyển sách còn lại viết bằng Tiếng việt nên ta có: 16 quyển sách viết bằng Tiếng việt, trong đó có 7 sách Khoa học và 9 sách Nghệ thuật.

A: “Quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt”

B: “Quyển sách được lấy ra là sách Khoa học”

Khi đó, xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là sách Khoa học, chính là xác suất có điều kiện $P(A|B)$

Sơ đồ hình cây biểu thị cách tính xác suất có điều kiện $P(A|B)$, được vẽ như sau:



Vậy xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là Khoa học là $\frac{7}{10} = 0,7$.

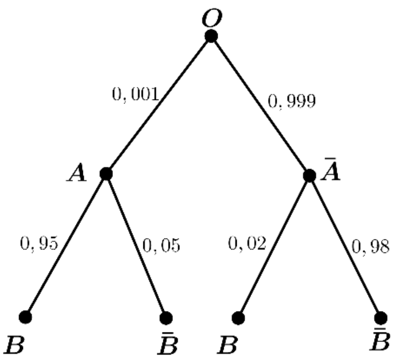
**Câu 9:** Ở các sân bay, người ta sử dụng một máy soi tự đồng để phát hiện hàng cấm trong vali và hành lý kí gửi của hành khách. Máy phát chuông cảnh báo với $95\%$ các kiện hành lí có chứa hàng cấm và $2\%$ các kiện hành lí không chứa hàng cấm. Tỉ lệ các kiện hành lí có chứa hàng cấm là $0,1\%$. Chọn ngẫu nhiên một kiện hành lí để soi bằng máy trên. Tính xác suất của các biến cố $N$ "Kiện hành lí không chứa hàng cấm và máy phát chuông cảnh báo".

**A.** $0,91886$. **B.** $0,71244$. **C.** $0,86323$. **D.** $0,01998$.

**Lời giải**

Gọi $A$: "Kiện hành lý chứa hàng cấm" và $B$: "Máy phát chuông cảnh báo"

Ta có sơ đồ hình cây sau:




Khi đó: $N = \overline{A}B \Rightarrow P(N) = P\left(\overline{A}B\right) = 0,999.0,02 = 0,01998$.

**Câu 10:** Một học sinh làm $2$ bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là $0,7$. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,8$. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,2$. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

**A.** $0,56$. **B.** $0,14$. **C.** $0,16$. **D.** $0,65$.

**Lời giải**

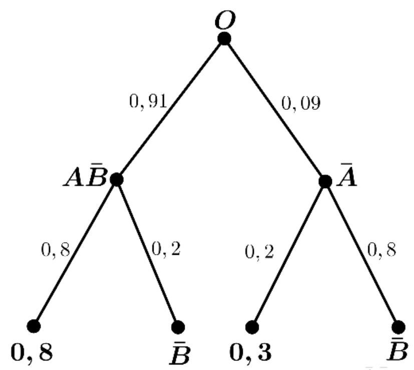
Gọi $A$: "Làm đúng bài thứ nhất" và $B$: "Làm đúng bài thứ hai"

Khi đó biến cố: "làm đúng cả hai bài" là $AB$

Theo bài ta có: $P(A) = 0,7; P(B \mid A) = 0,8; P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,2$

Do đó: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P\left(\overline{B} \mid A\right) = 1 - P(B \mid A) = 1 - 0,8 = 0,2$

$P\left(\overline{B} \mid \overline{A}\right) = 1 - P\left(B \mid \overline{A}\right) = 1 - 0,2 = 0,8$. Ta có sơ đồ hình cây như sau:




Vậy: $P(AB) = 0,8.0,7 = 0,56$.

**Câu 11:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của các biến cố: $A$: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ"

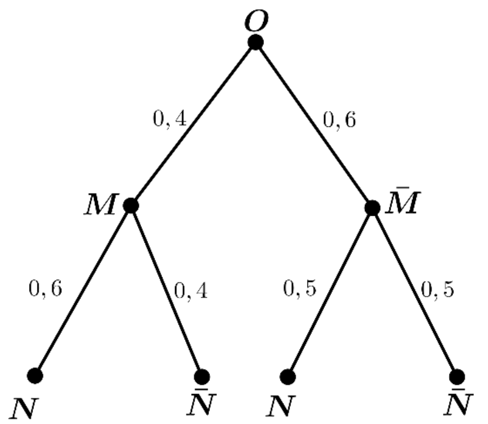
**A.** $0,56$. **B.** $0,14$. **C.** $0,16$. **D.** $0,65$.

**Lời giải**

Gọi $M$ là biến cố: "Lấy ra viên bi từ hộp thứ 1 có màu xanh"

Gọi $N$ là biến cố: "Lấy ra viên bi từ hộp thứ 2 có màu xanh"

Ta có sơ đồ hình cây:




Khi đó: $P(A) = P\left(M\overline{N}\right) = 0,4.0,4 = 0,16$.

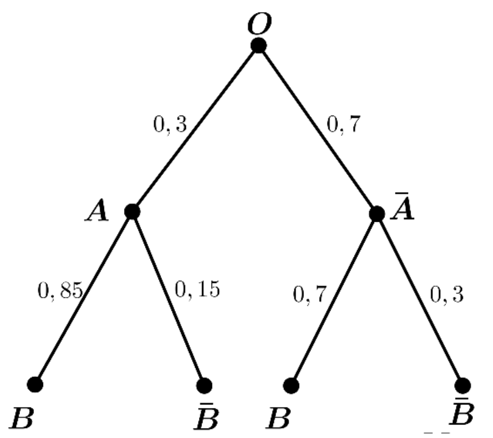
**Câu 12:** Một trường đại học tiến hành khảo sát tình trạng việc làm sau khi tốt nghiệp của sinh viên. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là $85\%$ đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và $70\%$ đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là $30\%$. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên đã tốt nghiệp của trường. Tính xác suất của các biến cố $D$: "Sinh viên không tốt nghiệp loại giỏi và tìm được việc làm đúng chuyên ngành".

**A.** $0,44$. **B.** $0,49$. **C.** $0,72$. **D.** $0,93$.

**Lời giải**

Gọi $A$: "Sinh viên tốt nghiệp loại giỏi" và $B$: "Sinh viên làm đúng chuyên ngành"

Ta có sơ đồ hình cây:




Khi đó: $P(D) = P(AB) = 0,7.0,7 = 0,49$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,7. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,4. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều thành công là $0,63$.

b) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều không thành công là $0,12$.

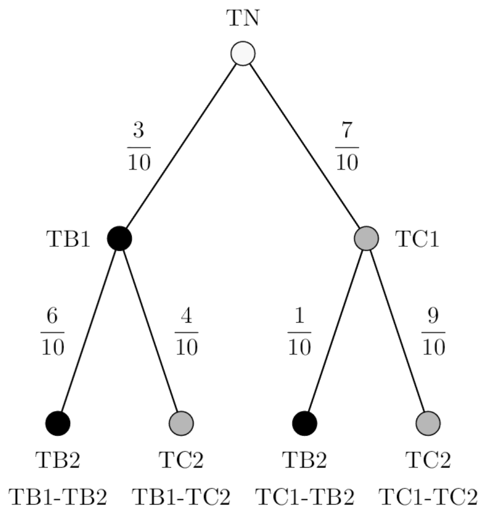
c) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công là $0,07$.

d) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất không thành công và thí nghiệm thứ hai thành công là $0,18$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Thí nghiệm thành công" và $B$ là biến cố "Thí nghiệm thất bại"

Ta có sơ đồ hình cây:




a) Đúng: Xác suất cả hai thí nghiệm đều thành công là: $\frac{7}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{63}{100}$

b) Sai: Xác suất cả hai thí nghiệm đều không thành công là: $\frac{3}{10}\cdot\frac{6}{10}=\frac{18}{100}$

c) Đúng: Xác suất thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công là:

$$\frac{7}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{7}{100}$$

d) Sai: Xác suất thí nghiệm thứ nhất không thành công và thí nghiệm thứ hai thành công là:

$$\frac{3}{10}\cdot\frac{4}{10}=\frac{12}{100}$$

**Câu 2:** Một loại bệnh di truyền có xác suất mắc phải là $0,05\%$. Nếu mẹ mắc bệnh thì xác suất di truyền sang con là $90\%$. Nếu mẹ không mắc bệnh thì xác suất con bị bệnh chỉ là $1\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

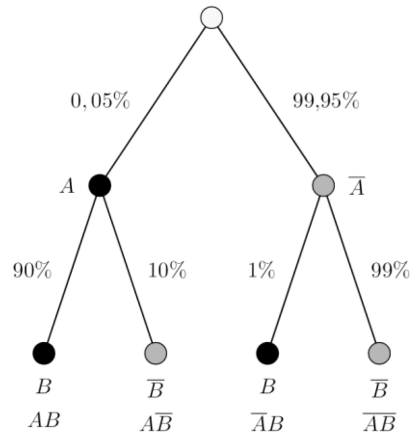
a) Xác suất để cả hai mẹ con đều mắc bệnh là $45\%$.

b) Xác suất để cả hai mẹ con đều không mắc bệnh là $99\%$.

c) Xác suất nếu mẹ mắc bệnh nhưng con không mắc bệnh là $0,005\%$.

d) Xác suất nệu mẹ không mắc bệnh nhưng con mắc bệnh là $1\%$.

**Lời giải**




Gọi $A$ là biến cố "Mẹ bị mắc bệnh" và $B$ là biến cố "Con bị mắc bệnh".

Ta có sơ đồ hình cây

a) Xác suất cả mẹ con đều mắc bệnh là: $0,05\%.90\% = 0,045\%.$

b) Xác suất cả hai mẹ con đều không mắc bệnh là: $99,95\%.99\% = 98,9505\%$

c) Xác suất mẹ mắc bệnh nhưng con không mắc bệnh là: $0,05\%.10\% = 0,005\%.$

d) Xác suất mẹ không mắc bệnh nhưng con mắc bệnh là: $99,95\%.1\% = 0,9995\%$.

**Câu 3:** Một nhóm học sinh gồm $12$ nam và $13$ nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là $0,6$ và của mỗi học sinh nữ là $0,3$. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để bạn được chọn là nam là $0,48$.

b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là $0,5$.

c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là $0,195$.

d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là $0,156$.

**Lời giải**

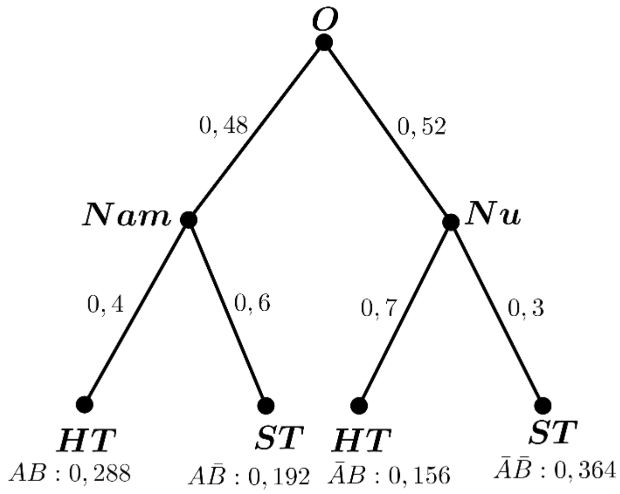
Gọi $A$ là biến cố "chọn được bạn nam" và $B$ là biến cố "chọn được bạn tham gia trò chơi Sóng thần".

a) Đúng: Nhóm có $12$ nam và $13$ nữ nên xác suất để chọn được một bạn nam là $\dfrac{12}{25} = 0,48$.

b) Sai: Nhóm có $12$ nam và $13$ nữ nên xác suất để chọn được một bạn nữ là $\dfrac{13}{25} = 0,52$.

Ta có $P(A)=\frac{12}{25}=0,48$ và $P(B\mid A)=0,6$ và $P(B\mid \overline{A})=0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:




c) Sai: Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là $P(A\overline{B})=0,192$

d) Đúng: Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần $P(\overline{A}B)=0,156$.

**Câu 4:** Ở cửa ra vào của nhà sách Nguyễn Văn Cừ có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với $99\%$ các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và $0,1\%$ các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là $0,1\%$. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

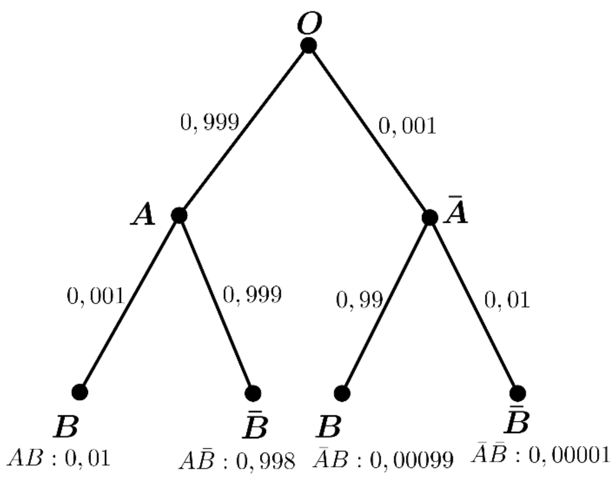
a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là $99,9\%$.

b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $1\%$.

c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $0,1\%$.

d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $0,001\%$

**Lời giải**




Gọi $A$ là biến cố "Hàng qua cửa đã được thanh toán" và $B$ là biến cố "Thiết bị phát chuông cảnh báo".

Tỷ lệ hàng qua cửa không được thanh toán là $0,1\%$ tức là $P\left(\overline{A}\right)=0,1\%$

Suy ra $P(A)=100\%-0,1\%=99,9\%$.

Ta có $P(B\,|\,A)=0,1\%$ và $P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=99\%$;

$P\left(\overline{B}\,|\,A\right)=100\%-P(B\,|\,A)=99,9\%$; $P\left(\overline{B}\,|\,\overline{A}\right)=100\%-P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=1\%$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:

a) Đúng: Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là $99,9\%$.

b) Sai: Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P\left(\overline{A}B\right)=0,099\%$

c) Đúng: Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P\left(\overline{A}B\right)=0,1\%$

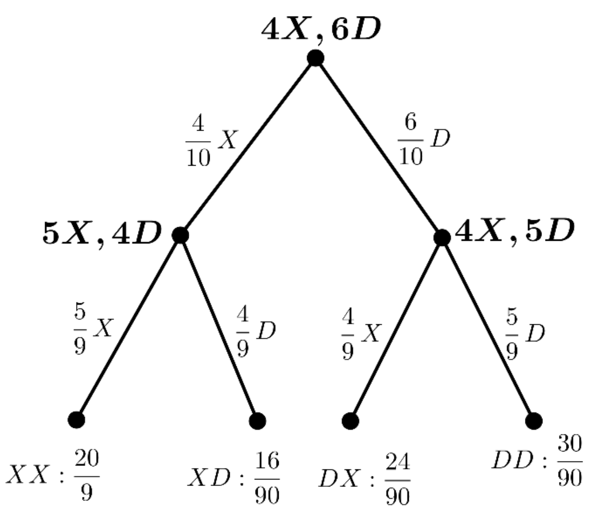
d) Đúng: Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=0,001\%$.

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố: A: “ Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ” là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

**Lời giải**

Ta có sơ đồ hình cây




Vậy ta có: $P(A)=\frac{16}{90}=\frac{8}{45}\Rightarrow a=8;b=45\Rightarrow a+b=53$.

**Câu 2:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30\,\text{m}$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất"

Gọi $B$ là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai"

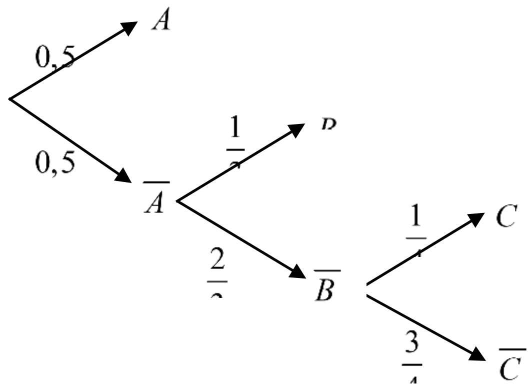
Gọi $C$ là biến cố "Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba"

Ta có: $P(A)=0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$P\left(B|\overline{A}\right)=\frac{20\cdot 0,5}{30}=\frac{1}{3}$; $P\left(C|\overline{A}\cdot\overline{B}\right)=\frac{20\cdot 0,5}{40}=\frac{1}{4}$

Ta có sơ đồ cây




Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ l

$$P(A)+P\left(\overline{A}B\right)+P\left(\overline{A}\,\overline{B}C\right)=0,5+0,5\cdot\frac{1}{3}+0,5\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=0,75.$$

**Câu 3:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố $B$: "Hai viên bi lấy ra có cùng màu".

**Lời giải**

Gọi $X$ là biến cố: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh".

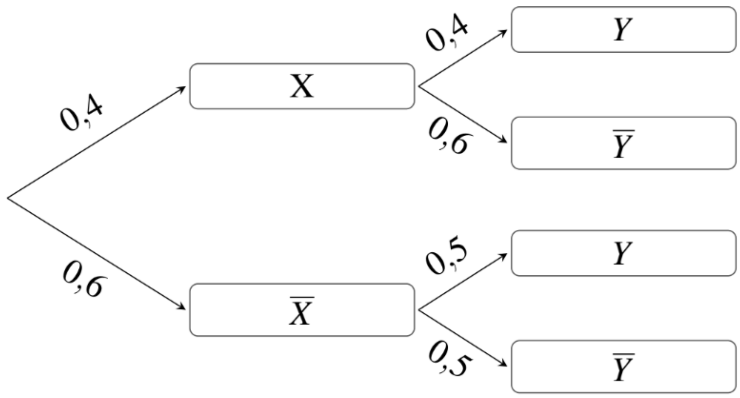
$Y$ là biến cố: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ".

Ta có $P(Y|X)=0,4$; $P\left(Y|\overline{X}\right)=0,5$; $P(X)=0,4$.

Do đó $P\left(\overline{X}\right)=1-P(X)=0,6$; $P\left(\overline{Y}|X\right)=1-P(Y|X)=0,6$

$\mathrm{P}\left(\overline{Y}|\overline{X}\right)=1-P\left(Y|\overline{X}\right)=0,5$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:




$P(B)=P\left(X\overline{Y}\right)+P\left(\overline{X}Y\right)=0,4\cdot 0,6+0,6\cdot 0,5=0,54$.

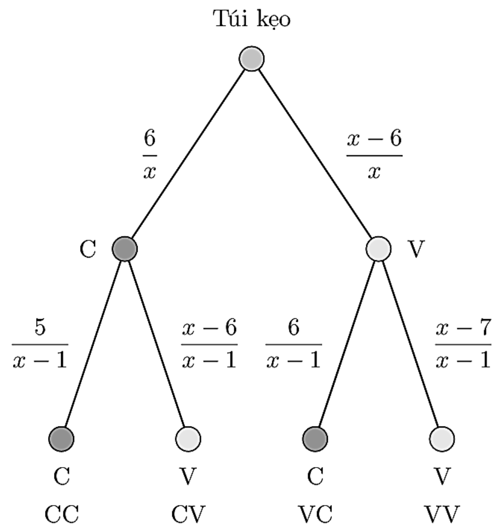
**Câu 4:** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

**Lời giải**

Gọi số kẹo là $x(x>6)$ thì số kẹo màu vàng là $x-6$.

Khi Hà lấy được chiếc kẹo màu cam thì số kẹo trong túi là $x-1$ và số kẹo cam còn lại trong túi là 5 cái.

Ta có sơ đồ cây:




Xác suất để Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là

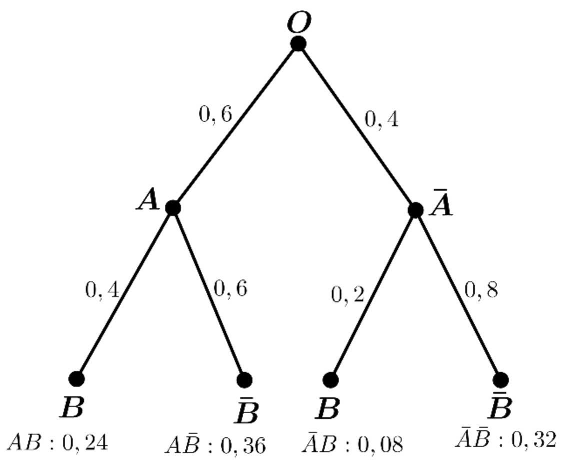
$$\frac{6}{x}\cdot\frac{5}{x-1}=\frac{1}{3}\Rightarrow x^2-x-90=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-9\text{ (loai)}\\x=10\left(\text{thoa mãn}\right)\end{array}\right.$$

Vậy ban đầu trong túi có 10 cái kẹo.

**Câu 5:** Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố " Ngày có mưa" và B là biến cố " Ngày có sương mù". Tính các xác suất ngày có mưa và có sương mù.

**Lời giải**

Ta có sơ đồ cây như sau :




Xác suất để ngày có mưa nhưng có sương mù là $P\left(AB\right)=0,6.0,4=0,24$.

**Câu 6:** Hộp thứ nhất có $4$ viên bi xanh và $6$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $5$ viên bi xanh và $4$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố $C$: “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

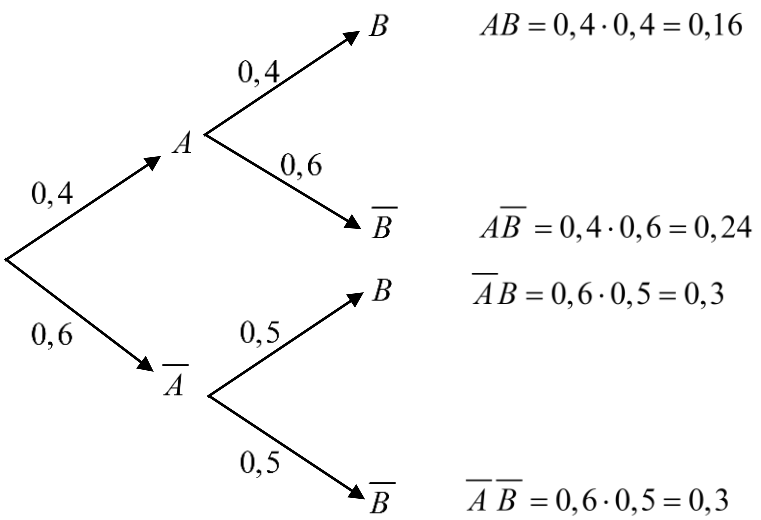
Gọi $B$ là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

Ta có: $P(A)=\dfrac{4}{10}=0,4$; $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,4=0,6$

$P(B|A)=\dfrac{4}{10}=0,4$; $P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=1-0,4=0,6$

$P(B|\overline{A})=\dfrac{5}{10}=0,5$; $P(\overline{B}|\overline{A})=1-P(B|\overline{A})=1-0,5=0,5$

Ta có sơ đồ cây




Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C)=P(AB)+P(\overline{A}\,\overline{B})=0,16+0,3=0,46$.

**-----------------HẾT-----------------**

# BÀI 02 CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN CÔNG THỨC BAYES

## A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

### 1 Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$$

gọi là công thức xác suất toàn phần.

**Chú ý 1:** Công thức xác suất từng phần cũng đúng với biến cố $B$ bất kì.

### 2 Công thức Bayes

Giả sử $A$ và $B$ là hai biến có ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

gọi là công thức Bayes.

**Chú ý:**

- Công thức Bayes vẫn đúng với biến cố $B$ bất kì.
- Với $P(A)>0$, công thức $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Các công thức cần nhớ:

$\oplus$ $P(A)+P(\overline{A})=1$ $\oplus$ $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$

$\oplus$ $P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})=P(A)$ $\oplus$ $P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(B)$

**Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

# B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Dạng 1: Công thức xác suất toàn phần

**Phương pháp:**

**Công thức xác suất toàn phần**: Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $0<P(B)<1$. Khi đó:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

**Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố $B$ bất kì.

### BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất " và $B$ là biến cố " lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai"

Khi đó ta có $P(A)=\dfrac{1}{3}$, $P(B|A)=\dfrac{C_7^2}{C_{11}^2}=\dfrac{21}{55}$.

Suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=\dfrac{2}{3}$; $P(B|\overline{A})=\dfrac{C_8^2}{C_{11}^2}=\dfrac{28}{55}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=\frac{1}{3}.\frac{21}{55}+\frac{2}{3}.\frac{28}{55}=\frac{7}{15}.$$

**Bài tập 2:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là $52\%$. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là $18\%$ và $15\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " học sinh được chọn là học sinh nữ " và $B$ là biến cố " Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ nghệ thuật"

Khi đó ta có $P(A)=0,52$, $P(B|A)=0,18$, $P(B|\overline{A})=0,15$

Suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=0,48$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=0,52.0,18+0,48.0,15=0,1656.$$

**Bài tập 3:** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh $A$ ở một địa phương là $65\%$. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $5\%$; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $17\%$. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Tính xác suất người được chọn mắc bệnh $A$.

**Lời giải**

Gọi $X$ là biến cố "Người dân được tiêm phòng bệnh $A$"

$Y$ là biến cố "Người dân mắc bệnh $A$". Ta có $P\left(X\right)=0,65;P\left(\overline{X}\right)=0,35$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi tiêm phòng là: $P\left(Y\mid X\right)=0,05$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi chưa tiêm phòng là $P\left(Y\mid\overline{X}\right)=0,17$.

a) Xác suất người này mắc bệnh $A$ là:

$$P\left(Y\right)=P\left(X\right).P\left(Y\mid X\right)+P\left(\overline{X}\right).P\left(Y\mid\overline{X}\right)=0,65.0,05+0,35.0,17=0,092$$

**Bài tập 4:** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi $A$ là biến cố "Chú lùn đó luôn nói thật" và $B$ là biến cố "Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật". Tính xác suất của các biến cố $A$ và $B$.

**Lời giải**

a) Ta có, trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên $P\left(A\right)=\dfrac{4}{7}\Rightarrow P\left(\bar{A}\right)=\dfrac{3}{7}$

Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên $P\left(B\mid A\right)=1$.

3 chú lùn còn lại nói thật với xác suất là $0,5$ nên ta có: $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,5$.

Do đó $P\left(B\right)=P\left(A\right)P\left(B\mid A\right)+P\left(\bar{A}\right).P\left(B\mid\bar{A}\right)=\dfrac{4}{7}.1+\dfrac{3}{7}.0,5=\dfrac{11}{14}$.

**Bài tập 5:** Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có $60\%$ về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có $30\%$ ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn $20\%$ số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là $80\%$. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là $90\%$. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi biến cố $A$:"sinh viên đó đi học về muộn".

Biến cố $B_1$:"sinh viên đó tan học về nhà ngay".

Biến cố $B_2$:"sinh viên đó tan học đi chơi game".

Biến cố $B_3$:"sinh viên đó tan học đi chơi với bạn bè".

Ta có: $P\left(B_1\right)=0,6;P\left(A\mid B_1\right)=0,3$; $P\left(B_2\right)=0,2;P\left(A\mid B_2\right)=0,8$; $P\left(B_3\right)=0,2;P\left(A\mid B_3\right)=0,9$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P\left(A\right)=P\left(B_1\right).P\left(A\mid B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A\mid B_2\right)+P\left(B_3\right).P\left(A\mid B_3\right)$

$=0,6.0,3+0,2.0,8+0,2.0,9=0,52$.

**Bài tập 6:** Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi biến cố $B_k$:"lấy ra được $k$ viên bi trắng từ hộp thứ nhất" trong đó $k=0,1,2,3$.

Biến cố $A$:"lấy được viên bi trắng từ hộp thứ hai". Khi đó:

Xác suất lấy ra được $0$ viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P\left(B_0\right)=\dfrac{C_5^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{42}$.

Xác suất lấy ra được 1 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P\left(B_1\right)=\dfrac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\dfrac{10}{21}$.

Xác suất lấy ra được $2$ viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P\left(B_2\right)=\dfrac{C_4^2C_5^1}{C_9^3}=\dfrac{5}{14}$.

Xác suất lấy ra được $3$ viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P\left(B_2\right)=\dfrac{C_4^3}{C_9^3}=\dfrac{1}{21}$.

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được $0$ bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P\left(A\,|\,B_0\right)=\frac{5}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P\left(A\,|\,B_1\right)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được $2$ bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P\left(A\,|\,B_2\right)=\frac{7}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được $3$ bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P\left(A\,|\,B_3\right)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P\left(B_0\right).P\left(A\,|\,B_0\right)+P\left(B_1\right).P\left(A\,|\,B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A\,|\,B_2\right)+P\left(B_3\right).P\left(A\,|\,B_3\right)=\frac{19}{36}.$$

Vậy xác suất để lấy được bi trắng từ hộp thứ hai theo đề bài trên là $\dfrac{19}{36}$.

**Bài tập 7:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "viên bi được lấy ra có đánh số"; $B$ là biến cố "viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố "viên bi được lấy ra có màu vàng".

Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A)=P(B).P(A\,|\,B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\,|\,\overline{B}\right)$.

Ta có $P(B)=\dfrac{50}{80}=\dfrac{5}{8}$, $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{30}{80}=\dfrac{3}{8}$, $P(A\,|\,B)=60\%=\dfrac{3}{5}$, $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=50\%=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{5}{8}.\frac{3}{5}+\frac{3}{8}.\frac{1}{2}=\frac{9}{16}$.

**Bài tập 8:** Một công ty một ngày sản xuất được $850$ sản phẩm trong đó có $50$ sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại $2$ sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

**Lời giải**

Gọi $A_1, A_2$ lần lượt là các biến cố sản phẩm thứ nhất, sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng.

Nếu sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng thì còn $49$ sản phẩm không đạt chất lượng trong tổng số $849$ sản phẩm nên $P(A_2\mid A_1)=\frac{49}{849}$.

Ta có $P(A_1)=\frac{50}{850}, P(\overline{A_1})=\frac{800}{850}$ và $P(A_2\mid \overline{A_1})=\frac{50}{849}$

Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

$$P(A_2)=P(A_1).P(A_2\mid A_1)+P(\overline{A_1}).P(A_2\mid \overline{A_1})=\frac{50}{850}.\frac{49}{849}+\frac{800}{850}.\frac{50}{849}=\frac{1}{17}.$$

**Bài tập 9:** Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Bông hoa bạn Nam hái được chứa phiếu có thưởng", $B$ là biến cố "Bông hoa bạn Việt hái được chứa phiếu có thưởng".

Ta có $P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}; P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{1}{2}, P(A\mid B)=\frac{4}{9}; P(A\mid \overline{B})=\frac{5}{9}$.

Xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{1}{2}.\frac{4}{9}+\frac{1}{2}.\frac{5}{9}=\frac{1}{2}.$$

**Bài tập 10:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là $0,6$ và $0,3$. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là $0,1$. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Tuyến phố X bị tắc đường" và $B$ là biến cố "Buổi sáng đó có mưa"

Theo đề ta có: $P(B)=0,1; P(A\mid B)=0,6$; $P(A\mid \overline{B})=0,3$ suy ra $P(\overline{B})=1-P(B)=0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,1.0,6+0,9.0,3=0,33.$$

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho 2 biến cố $A$ và $B$. Tìm $P(A)$ biết $P(A|B)=0,8;\ P(A|\overline{B})=0,3;\ P(B)=0,4$.

**A.** $0,1$. **<u>B</u>.** $0,5$. **C.** $0,04$. **D.** $0,55$.

**Lời giải**

Ta có $P(B)=0,4 \Rightarrow P(\overline{B})=1-0,4=0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) \Leftrightarrow P(A)=0,4.0,8+0,6.0,3=0,5.$$

**Câu 2:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ biết $P(A|B)=0,08;\ P(\overline{A}|\overline{B})=0,63;\ P(B)=0,03$. Khi đó xác suất xảy ra biến cố $A$ là bao nhiêu?

**A.** $0,112$. **B.** $0,5231$. **<u>C</u>.** $0,3613$. **D.** $0,063$.

**Lời giải**

Ta có: $P(B)=0,03 \Rightarrow P(\overline{B})=1-0,03=0,97$.

$P(\overline{A}|\overline{B})=0,63 \Rightarrow P(A|\overline{B})=1-0,63=0,37$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) \Leftrightarrow P(A)=0,03.0,08+0,97.0,37=0,3613.$$

**Câu 3:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**<u>A</u>.** $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$. **B.** $P(A)=P(A)P(A|B)+P(\overline{A})P(A|\overline{B})$.

**C.** $P(A)=P(B)P(A|\overline{B})+P(\overline{B})P(A|B)$. **D.** $P(A)=P(B)P(A|B)-P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

**Lời giải**

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có: $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

**Câu 4:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Biết $P(B)=0,01;\ P(A|B)=0,7;\ P(A|\overline{B})=0,09$. Khi đó $P(A)$ bằng

**A.** $0,0079$. **<u>B</u>.** $0,0961$. **C.** $0,0916$. **D.** $0,0970$.

**Lời giải**

Ta có: $P(B)=0,01 \Rightarrow P(\overline{B})=1-0,01=0,99$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=0,01.0,7+0,99.0,09=0,0961.$$

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P\left(A|\overline{B}\right)=0,45$. Tính $P(A)$.

**A.** $0,25$. **B.** $0,65$. **C.** $0,55$. **D.** $0,5$.

**Lời giải**

Ta có: $P\left(\overline{B}\right)=1-P(B)=1-0,8=0,2$.

Công thức xác suất toàn phần:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)=0,8.0,7+0,2.0,45=0,65.$$

**Câu 6:** Cho $A$, $B$ là hai biến cố. Biết $P(B)=0,2$. Nếu $B$ không xảy ra thì thỉ lệ $A$ xảy ra là $2\%$. Nếu $B$ xảy ra thì tỉ lệ $A$ xảy ra $4\%$. Xác suất của biến cố $A$ là bao nhiêu?

**A.** $0,018$. **B.** $0,036$. **C.** $0,028$. **D.** $0,024$.

**Lời giải**

Ta có: $P(B)=0,2 \Rightarrow P\left(\overline{B}\right)=0,8$.

Vì $B$ xảy ra thì tỉ lệ $A$ sảy ra $4\%$ nên $P(A|B)=0,04$.

Tương tự ta cũng có $P\left(A|\overline{B}\right)=0,02$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)=0,2.0,04+0,8.0,02=0,024.$$

**Câu 7:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P\left(\overline{B}\right)=0,2; P(A|B)=0,5; P\left(A|\overline{B}\right)=0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

**A.** $0,46$. **B.** $0,34$. **C.** $0,15$. **D.** $0,31$.

**Lời giải**

Ta có: $P(B)=1-P\left(\overline{B}\right)=0,8$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)=0,8.0,5+0,2.0,3=0,46.$$

**Câu 8:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4; P(A|B)=0,5; P\left(A|\overline{B}\right)=0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

**A.** $0,9$. **B.** $0,25$. **C.** $0,2$. **D.** $0,75$.

**Lời giải**

Đặt $P(B)=x$ suy ra $P\left(\overline{B}\right)=1-x$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right) \Leftrightarrow 0,4=0,5x+0,1(1-x) \Leftrightarrow 0,3=0,4x \Leftrightarrow x=0,75$$

Vậy $P(B)=0,75$.

**Câu 9:** Cho hai biến cố $A,B$ với $P(B)=0,6$, $P(A|B)=0,7$ và $P\left(A|\overline{B}\right)=0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

**A.** $0,7$. **B.** $0,4$. **C.** $0,58$. **D.** $0,52$.

**Lời giải**

Ta có: $P\left(\overline{B}\right)=1-P(B)=1-0,6=0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A)=P(B).P(A\,|\,B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,6.0,7+0,4.0,4=0,58.$$

**Câu 10:** Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất $35\%$, máy II sản xuất $65\%$ tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm?

**A.** $0,0056$. **B.** $0,0065$. **C.** $0,065$. **D.** $0,056$.

**Lời giải**

Gọi $A_1$ là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất"

$A_2$ là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất"

B là biến cố "Sản phẩm được chọn là phế phẩm"

Ta có $P(A_1)=0,35$, $P(A_2)=0,65$, $P(B\,|\,A_1)=0,003$, $P(B\,|\,A_2)=0,007$

$$P(B)=P(B\,|\,A_1).P(A_1)+P(B\,|\,A_2).P(A_2)=0,0056$$

**Câu 11:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

**A.** $0,74$. **B.** $0,86$. **C.** $0,56$. **D.** $0,68$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Viên đạn trúng đích"; $B$ là biến cố "Chọn xạ thủ loại I bắn".

$P(B)=\dfrac{2}{10}=0,2$; $P(A\,|\,B)=0,9$; $P\left(\overline{B}\right)=1-0,2=0,8$; $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,7$

Theo công thức xác suất thành phần ta có

$$P(A)=P(B)P(A\,|\,B)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,2.0,9+0,8.0,7=0,74.$$

**Câu 12:** Hộp thứ nhất có $4$ viên bi xanh và $6$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $3$ viên bi xanh và $7$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là

**A.** $\dfrac{126}{275}$. **B.** $\dfrac{105}{275}$. **C.** $\dfrac{110}{275}$. **D.** $\dfrac{140}{275}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất" và $B$ là biến cố "Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai".

Khi đó ta có $P(A)=\frac{2}{5}$; $P(B\mid A)=\frac{C_7^2}{C_{11}^2}=\frac{21}{55}$ (vì hộp thứ hai có 4 bi xanh và 7 bi đỏ).

Suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{3}{5}$; $P(B\mid \overline{A})=\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{28}{55}$ (vì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 8 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=\frac{2}{5}.\frac{21}{55}+\frac{3}{5}.\frac{28}{55}=\frac{126}{275}.$$

**Câu 13:** Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có $56\%$ áo ở chi nhánh I và $44\%$ áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có $75\%$ áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có $68\%$ áo chất lượng cao ( kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $0,72$. **B.** $0,35$. **C.** $0,82$. **D.** $0,55$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố áo được chọn là áo chất lượng cao. $B$ là biến cố áo được chọn ở chi nhánh $I$ và $\overline{B}$ là biến cố áo được chọn ở chi nhánh $II$.

Từ giải thiết ta có $P(B)=0,56$, $P(A|B)=0,75$, $P(\overline{B})=0,44$, $P(A|\overline{B})=0,68$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,56.0,75+0,44.0,68=0,7192\approx 0,72.$$

Vậy xác suất chọn được áo chất lượng cao là $0,72$.

**Câu 14:** Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường X. Nhóm này có $70\%$ học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có $30\%$ học sinh nam và $15\%$ học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Tính xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ.

**A.** $0,45$. **B.** $0,35$. **C.** $0,255$. **D.** $0,128$.

**Lời giải**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm.

Gọi $A$ là biến cố "Chọn được một học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ" và $B,\overline{B}$ lần lượt là các biến cố "Chọn được một học sinh nam" và "Chọn được một học sinh nữ".

Theo đề bài: $P(B)=70\%=0,7;P(\overline{B})=1-0,7=0,3$

$$P(A\mid B)=30\%=0,3;\ P(A\mid \overline{B})=15\%=0,15.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,7.0,3+0,3.0,15=0,255.$$

Vậy xác suất để chọn được một học sinh biết chơi nhạc cụ là $0,255$.

**Câu 15:** Một trạm chỉ phát hai tín hiệu $A$ và $B$ với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15 do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu $A$ bị méo và thu được như tín hiệu $B$; còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu $B$ bị méo thành và thu được như $A$. Xác suất thu được tín hiệu $A$ là

**A.** $\frac{963}{1120}$. **B.** $\frac{283}{1120}$. **C.** $\frac{837}{1120}$. **D.** $\frac{157}{1120}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Phát tín hiệu $A$"
Gọi $B$ là biến cố "Phát tín hiệu $A$"
Gọi $T_A$ là biến cố "Phát được tín hiệu $A$"
Gọi $T_B$ là biến cố "Phát được tín hiệu $B$"

Với $P(T_A)=P(A).P(T_A\mid A)+P(B).P(T_A\mid B)$

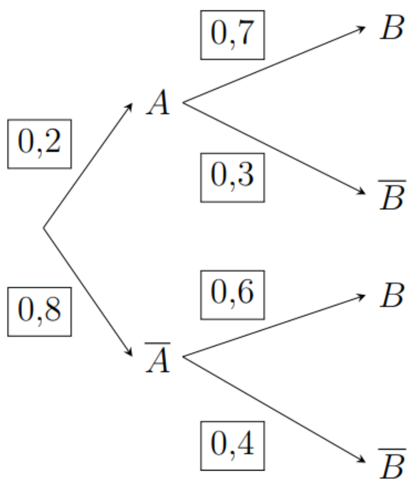
Ta có: $P(A)=0,85$

$P(T_B\mid A)=\frac{1}{7}\Rightarrow P(T_A\mid A)=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7};\ P(B)=0,15;P(T_A\mid B)=\frac{1}{8}$

Do đó $P(T_A)=P(A).P(T_A\mid A)+P(B).P(T_A\mid B)=0,85.\frac{6}{7}+0,15.\frac{1}{8}=\frac{837}{1120}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:




a) $P(B)=P(A).P(B|\ A)+P(\overline{A}).P(B|\ \overline{A})$

b) $P(B|\ A)=0,6$.

c) $P(B)=0,62$.

d) $P(\overline{B})=0,4$.

**Lời giải**

a) Đúng: Công thức xác xuất toàn phần $P(B)=P(A).P(B|\ A)+P(\overline{A}).P(B|\ \overline{A})$.

b) Sai: Dựa vào sơ đồ cây ta có $P(B|\ A) = 0,7$.

c) Đúng: Xác suất của biến cố $B$ là $P(B) = 0,2.0,7 + 0,8.0,6 = 0,62$.

d) Sai: Ta có $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,38$.

**Câu 2:** Cho $A$ và $B$ là hai biến cố của cùng phép thử, biết rằng $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,01$ và $P(A|\overline{B}) = 0,02$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(\overline{B}) = 0,07$.

b) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

c) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(\overline{B})P(A|B) + P(B)P(A|\overline{B})$.

d) $P(A) = 0,017$.

**Lời giải**

a) Sai: $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$.

b) Đúng: Theo công thức được nêu trong sách giáo khoa.

c) Sai: Công thức $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$

d) Đúng: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B}) = 0,3 \cdot 0,01 + 0,7 \cdot 0,02 = 0,017$.

**Câu 3:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là $40\%$ và $60\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là $0,5$.

b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là $0,5$.

c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là $0,6$.

d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là $0,49$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Cây bố có kiểu gene bb"; $M$ là biến cố: "Cây con lấy gene b từ cây bố";

$N$ là biến cố: "Cây con lấy gene b từ cây mẹ"; $E$ là biến cố: "Cây con có kiểu gene bb".

Theo giả thiết $M$ và $N$ độc lập nên $P(E) = P(M).P(N)$.

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(A).P(M \mid A) + P(\overline{A}).P(M \mid \overline{A})$.

Ta có $P(A)=0,4$; $P(\overline{A})=0,6$.

a) Sai: $P(M\mid A)$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb. Do đó $P(M\mid A)=1$.

b) Đúng: $P(M\mid \overline{A})$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb. Do đó $P(M\mid \overline{A})=\frac{1}{2}$.

c) Sai: Thay vào $(*)$ ta được: $P(M)=0,4.1+0,6.\,0,5=0,4+0,3=0,7$.

d) Đúng: Tương tự tính được $P(N)=0,7$. Vậy $P(E)=P(M).P(N)=0,7.0,7=0,49$.

Từ kết quả trên suy ra trong một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây bố và cây mẹ mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là $40\%$ và $60\%$, thì tỉ lệ cây con có kiểu gene bb là khoảng $49\%$

**Câu 4:** Hộp thứ nhất chứa $5$ viên bi vàng, $3$ viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa $4$ viên bi vàng, $5$ viên bị xanh và $3$ viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra $2$ viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.

b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.

c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.

d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất

a) Đúng: Ta có: $P(A)=\frac{3}{8}$.

b) Sai: Ta có $\overline{A}$ là biến cố lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất, ta có: $P(\overline{A})=\frac{5}{8}$.

c) Đúng: Gọi $B_1$ là biến cố lấy được 2 bi khác màu từ hộp thứ hai.

Ta có: $P(B_1\mid A)=\frac{C_4^1.C_6^1+C_4^1.C_3^1+C_3^1.C_6^1}{C_{13}^2}=\frac{9}{13}$.

d) Sai: Gọi $B_2$ là biến cố lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai.

Ta có: $P(B_2)=P(A).P(B_2\mid A)+P(\overline{A}).P(B_2\mid \overline{A})=\frac{3}{8}\cdot\frac{C_4^2}{C_{13}^2}+\frac{5}{8}\cdot\frac{C_5^2}{C_{13}^2}=\frac{17}{156}$.

**Câu 5:** Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố ‘An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán” và $B$ là biến cố ‘An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì”. Ta có: $P(A)=0,75$, $P(\overline{A})=1-0,75=0,25$.

a) Đúng: Vì theo giả thiết, nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Vậy, nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $P(\overline{B}\mid A)=1-0,9=0,1$.

b) Sai: Vì theo giả thiết, nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Vậy, nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $P(B\mid\overline{A})=1-0,85=0,15$.

c) Sai: Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(\overline{B})=P(A).P(\overline{B}\mid A)+P(\overline{A}).P(\overline{B}\mid\overline{A})=0,75.0,1+0,25.0,85=0,2875.$$

d) Đúng: Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid\overline{A})=0,75.0,9+0,25.0,15=0,7125.$$

Hoặc $P(B)=1-P(\overline{B})=1-0,2875=0,7125$.

**Câu 6:** Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có $5$ viên bi xanh và $7$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có $6$ viên bi xanh và $8$ viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Gọi $A$ là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và $B$ là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(\overline{A})=\dfrac{5}{12}$.

b) $P(B\mid A)=\dfrac{1}{15}$.

c) $P(B\mid\overline{A})=\dfrac{12}{35}$.

d) $P(B)=\dfrac{14}{45}$.

**Lời giải**

Đáp án: a) S b) S c) Đ d) Đ

a) Sai: Ta có: $P(A)=\dfrac{5}{12}\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=\dfrac{7}{12}$.

b) Sai: Nếu $A$ xảy ra thì khi đó hộp hai chứa $7$ bi xanh và $8$ bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì tự hộp hai có $C_{15}^2$ cách. Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có $C_8^2$ cách.

Suy ra: $P(B\mid A)=\dfrac{C_8^2}{C_{15}^2}=\dfrac{4}{15}$.

c) Đúng: Nếu $A$ không xảy ra thì khi đó hộp hai chứa $6$ bi xanh và $9$ bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì tự hộp hai có $C_{15}^2$ cách. Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có $C_9^2$ cách.

Suy ra: $P(B\mid \overline{A})=\dfrac{C_9^2}{C_{15}^2}=\dfrac{12}{35}$.

d) Đúng: Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=\frac{5}{12}.\frac{4}{15}+\frac{7}{12}.\frac{12}{35}=\frac{14}{45}.$$

**Câu 7:** Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,8$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,5$. Xét các biến cố sau:

Gọi $A$ là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi $B$ là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B\mid A)=0,9$.

b) $P(\overline{B}\mid A)=0,5$.

c) $P(AB)=0,72$.

d) $P(\overline{A}\overline{B})=0,1$.

**Lời giải**

a) Đúng: $P(B\mid A)$ là xác suất thí nghiệm thứ 2 thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công do đó $P(B\mid A)=0,9$.

b) Sai: $P(\overline{B}\mid A)=1-P(B\mid A)=1-0,9=0,1$.

c) Đúng: $P(AB)=P(A).P(B\mid A)=0,8.0,9=0,72$.

d) Đúng: $\overline{A}\overline{B}$ là biến cố “Cả hai thí nghiệm đều không thành công”.

Theo giả thiết, $P(\overline{A})=1-0,8=0,2$ và $P(\overline{B}\mid \overline{A})=1-P(B\mid \overline{A})=1-0,5=0,5$.

Vậy xác suất để cả hai thí nghiệm không thành công là

$$P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(\overline{B}\mid\overline{A}\right)=0,2\cdot 0,5=0,1.$$

**Câu 8:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố "Viên đạn trúng đích". B là biến cố " Xạ thủ loại I bắn". C là biến cố " Xạ thủ loại II bắn". Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(C).P\left(A\mid\overline{C}\right)$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là $0.74$.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố " Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích" $E_i$ là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác xuất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E)=P(E_o).P(E\mid E_o)+P(E_1).P\left(E\mid\overline{E_1}\right)+P(E_2).P\left(E\mid\overline{E_2}\right).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là $0.596$

**Lời giải**

a) Sai: B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(C).P(A\mid C)$

b) Đúng: Gọi A là biến cố "Viên đạn trúng đích".

B là biến cố " Xạ thủ loại I bắn"; C là biến cố " Xạ thủ loại II bắn".

Ta có: $P(B)=\dfrac{2}{10}=0,2;\quad P(A\mid B)=0.9;\quad P(C)=\dfrac{8}{10}=0,8;\quad P(A\mid C)=0.7$

B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(C).P(A\mid C)$

$=0.2.0.9+0.8.0.7=0.74$

c) Sai: $E_i$ tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên

$$P(E)=P(E_o).P(E\mid E_o)+P(E_1).P(E\mid E_1)+P(E_2).P(E\mid E_2)$$

d) Sai: Gọi E là biến cố " Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích" $E_i$ là biến cố "chọn được i xạ thủ loại I"

Ta có: $P(E_0)=\dfrac{C_8^2}{C_{10}^2}=\dfrac{28}{45}; P(E\mid E_o)=0,7.0,7=0,49$

$P(E_1)=\dfrac{C_2^1C_8^1}{C_{10}^2}=\dfrac{16}{45}; P(E\mid E_1)=0,9.0,7=0,63;\ P(E_2)=\dfrac{C_2^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{45}; P(E\mid E_2)=0,9.0,9=0,81$

Vì $E_o, E_1, E_2$ tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên ta có Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là:

$P(E)=P(E_o).P(E\mid E_o)+P(E_1).P(E\mid E_1)+P(E_2).P(E\mid E_2)$

$=\dfrac{28}{45}.0,49+\dfrac{16}{45}.0.63+\dfrac{1}{45}.0,81=0,5469$.

**Câu 9:** Hai đội bóng thực hiện các lượt sút luân lưu, trong mỗi lượt sút luân lưu. Trong loạt sút thứ nhất, đội bóng thứ nhất thực hiện trước với xác suất thành công là 0,8, đội bóng thứ hai thực hiện sau. Nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thực hiện thành công quả đá đầu tiên thì cầu thủ của đội bóng thứ hai có xác suất thực hiện thành công là 0,7; nếu đội bóng thứ nhất thực hiện không thành công thì xác suất để đội bóng thứ hai thực hiện thành công là 0,9. Xét các biến cố sau:

Gọi $A$ là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công".
Gọi $B$ là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ hai thành công".
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) $P(B \mid A) = 0,9$.

b) $P(\overline{B} | A) = 0,3$.

c) $P(AB) = 0,56$.

d) $P(\overline{B}) = 0,16$.

**Lời giải**

a) Sai: $P(B \mid A)$ là xác suất cầu thủ của đội bóng thứ thành công nếu cầu thủ của đội bóng thứ thứ nhất thành công do đó $P(B \mid A) = 0,7$.

b) Đúng: $P(\overline{B} | A) = 1 - P(B \mid A) = 1 - 0,7 = 0,3$.

c) Đúng: $P(AB) = P(A).P(B \mid A) = 0,8.0,7 = 0,56$.

d) Đúng: $B$ là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ hai thực hiện thành công".
$P(B) = P(A).P(B \mid A) + P(\overline{A})P(B \mid \overline{A}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,9 = 0,84 \Rightarrow P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,16.$

**Câu 10:** Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là $75\%$. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có $60\%$ mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là $30\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là $0,75$.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $0,15$.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là $0,6$, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là $0,3$.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là $0,525$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố một khách hàng mua điện thoại kèm ốp, $B$ là biến cố một khách hàng mua điện thoại Samsung

a) Đúng: $P(B) = 75\% = 0,75$.

b) Sai: Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $P(\overline{B}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

c) Đúng: $P(A|B) = 60\% = 0,6; P(A|\overline{B}) = 30\% = 0,3$.

d) Đúng: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B}) = 0,75 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,3 = 0,525$.

**Câu 11:** Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là $30\%$, thi trượt môn Tâm lý là $22\%$. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có $40\%$ sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là $0,066$.

b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là $0,6$.

c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là $0,18$.

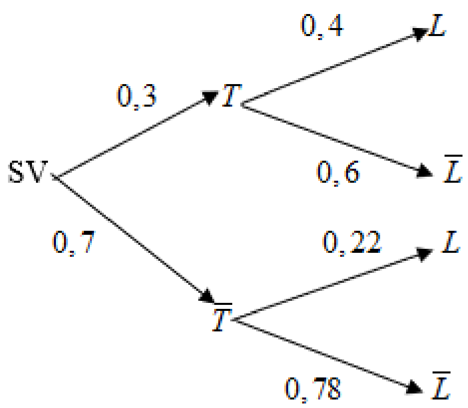
d) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là $0,726$.

**Lời giải**

Giả sử $T$ là biến cố " Gặp sinh viên thi trượt môn Toán", có $P(T)=0,3$.

$L$ là biến cố "Gặp sinh viên thi trượt môn Tâm lý", có $P(L)=0,22$. Khi đó $P(L\,|\,T)=0,4$.

Sơ đồ hình cây:




a) Sai. Vì xác suất gặp sinh viên thi trượt cả môn Toán và Tâm Lý là:

$$P(TL)=P(T)P(L\,|\,T)=0,3.0,4=0,12.$$

b) Đúng. Xác suất gặp sinh viên đậu cả môn Toán và Tâm lý là

$$P\left(\overline{TL}\right)=1-P(T\cup L)=1-P(T)-P(L)+P(TL)=1-0,3-0,22+0,12=0,6.$$

c) Sai. Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán, biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là

$$P\left(\overline{T}\,|\,L\right)=\frac{P\left(\overline{T}L\right)}{P(L)}=\frac{P(L)-P(TL)}{P(L)}=\frac{0,22-0,12}{0,22}=0,45.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là

$$P\left(\overline{L}\right)=P(T).P\left(\overline{L}\,|\,T\right)+P\left(\overline{T}\right).P\left(\overline{L}\,|\,\overline{T}\right)=0,3.0,6+0,7.0,78=0,726.$$

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Xét hai biến cố $A$: " Bạn Bình lấy được một viên bi xanh";

$B$: " Bạn An lấy được một viên bi xanh".

Khi đó, ta có $P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}, P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{3}{5}, P(A\mid B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}, P(A\mid \overline{B})=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{1}{3}+\frac{3}{5}.\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\approx 0,53.$$

**Câu 2:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé.

**Lời giải**

Xét hai biến cố *A*: " Nhà tổ chức sự kiện bán hết vé";

*B*: "Trời mưa vào buổi biểu diễn".

Khi đó, ta có $P(B)=0,6; P(\overline{B})=1-P(B)=0,4;\ P(A\mid B)=0,45; P(A\mid \overline{B})=0,85$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,6.0,45+0,4.0,85=0,61.$$

**Câu 3:** Tại một địa phương có $500$ người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?*(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)*

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$: " Chọn được người không bị tiểu đường"

$B$: " Chọn được người cao tuổi là nam"

$\overline{B}$: " Chọn được người cao tuổi là nữ "

Từ giải thuyết ta có $P(B)=\frac{260}{500}=0,52$; $P(A\mid B)=1-0,4=0,6$;

$P(\overline{B})=\frac{240}{500}=0,48$; $P(A\mid \overline{B})=1-0,55=0,45$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,52.0,6+0,48.0,45=0,528\approx 0,53.$$

**Câu 4:** Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có $2$ viên bi màu xanh, $5$ viên bi màu đỏ, hộp thứ hai có $3$ viên bi màu xanh, $2$ viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp, từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất lấy được viên bi màu đỏ.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Lấy được viên bi màu đỏ"

Gọi $H_i$ là biến cố: "Lấy được hộp thứ $i\,(i=1;2)$ "

**Nhận xét:** $P(H_1)=P(H_2)=\frac{1}{2}$ nên $P(A\mid H_1)=\frac{5}{7};P(A\mid H_2)=\frac{2}{5}$

Áp dụng xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được viên bi màu đỏ là

$$P(A)=P(H_1).P(A\mid H_1)+P(H_2).P(A\mid H_2)=\frac{1}{2}.\frac{5}{7}+\frac{1}{2}.\frac{2}{5}=\frac{39}{70}\simeq 0,56.$$

**Câu 5:** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: " Viên bi được lấy ra có đánh số"

Gọi $B$ là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu vàng".

Khi đó, ta có: $P(B)=\frac{50}{80}=\frac{5}{8}$; $P(\overline{B})=\frac{30}{80}=\frac{3}{8}$; $P(A\mid B)=90\%=\frac{9}{10}$; $P(A\mid \overline{B})=50\%=\frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{5}{8}.\frac{9}{10}+\frac{3}{8}.\frac{1}{2}=\frac{3}{4}=0,75.$$

**Câu 6:** Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt ( kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: " linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt"

Gọi $B$ là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất".

Khi đó, ta có: $P(B)=40\%=\frac{2}{5}$; $P(\overline{B})=60\%=\frac{3}{5}$;

$$P(A\mid B)=100\%-3\%=97\%=\frac{97}{100};\ P(A\mid \overline{B})=100\%-4\%=96\%=\frac{96}{100}=\frac{24}{25}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{97}{100}+\frac{3}{5}.\frac{24}{25}=\frac{241}{250}\approx 0,96.$$

**Câu 7:** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$: "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

$B$: "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\overline{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B)=\dfrac{260}{500}=0,52$; $P(A|\ B)=1-0,4=0,6$;

$P(\overline{B})=\dfrac{240}{500}=0,48$; $P(A|\ \overline{B})=1-0,55=0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A)=P(B).\mathrm{P}(A|\ B)+P(\overline{B}).P(A|\ \overline{B})=0,52.0,6+0,48.0,45=0,528\approx 0,53$.

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là $0,53$.

**Câu 8:** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

**Lời giải**

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A: "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

$B$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\overline{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

**Trường hợp 1:** Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là $C_5^4$, có 1 cách lấy 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(B)=\dfrac{1.2}{C_5^4}=\dfrac{2}{5}$.

Vi khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|\ B)=\dfrac{5}{14}$.

**Trường hợp 2:** Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là $C_5^4$, có $C_3^2$ cách lấy 2 quả bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P\left(\overline{B}\right)=\frac{C_3^2.1}{C_5^4}=\frac{3}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên

$$P\left(A|\ \overline{B}\right)=\frac{6}{14}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A)$=$P(B).P(A|\ B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\ \overline{B}\right)=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{14}+\frac{3}{5}\cdot\frac{6}{14}=0,4$.

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là $0,4$.

**Câu 9:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng"

$B$ là biến cố "sản phẩm đạt tiêu chuẩn".

Theo bài ra ta có: $P(B)=0,8$; $P\left(\overline{B}\right)=1-0,8=0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A\,|\,B)=0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=1-0,95=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\,|\,B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,8.0,9+0,2.0,05=0,73.$$

**Câu 10:** Một đội tuyển thi bắn súng có $10$ xạ thủ, bao gồm $4$ xạ thủ hạng I và $6$ xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là $0,75$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi $A$ là biến cố "Chọn được xạ thủ hạng I" và $B$ là biến cố "Viên đạn trúng mục tiêu". Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

**Lời giải**

Ta có $P(A)=\frac{4}{10}=0,4$; $P\left(\overline{A}\right)=\frac{6}{10}=0,6$; $P(B\,|\,A)=0,75$; $P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$P(B)=P(A).P(B\,|\,A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=0,4.0,75+0,6.0,6=0,66$.

Vậy xác suất để viên đạn trúng mục tiêu là $0,66$.

**Câu 11:** Một cái hộp có chứa $40$ quả cầu màu đỏ và $60$ quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

| Màu | Có đánh số | Không |
|---|---|---|
| **Đỏ** | 20 | 20 |
| **Vàng** | 36 | 24 |

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

$A$: "Quả cầu lấy ra có đánh số".

$B$: "Quả cầu lấy ra có màu đỏ"

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

**Lời giải**

Ta có: $P(B)=\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$; $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$; $P(A|B)=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$; $P(A|\overline{B})=\frac{36}{60}=\frac{3}{5}$.

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{1}{2}+\frac{3}{5}.\frac{3}{5}=\frac{14}{25}=0,56.$$

**Câu 12:** Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là $96\%$, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính $8\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

**Lời giải**

Xét các biến cố $A$: "Chọn được người bi bệnh cúm";

$B$: "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó $P(A)=0,25; P(\overline{A})=0,75; P(B|A)=0,96; P(B|\overline{A})=0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố $B$ là:

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,25.0,96+0,75.0,08=0,3.$$

**Câu 13:** Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "người đó nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người đó không nghiện thuốc lá".

Gọi $B$ là biến cố "người đó mắc bệnh phổi".

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Với $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})$.

Ta có: $P(A)=0,25; P(B|A)=0,72; P(\overline{A})=0,75; P(B|\overline{A})=0,14$

Vậy $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,25.0,72+0,75.0,14=0,285$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là $0,285$.

**Câu 14:** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có $60\%$ học sinh nữ là đoàn viên, $50\%$ học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

**Lời giải**

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150=90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100=50$ (học sinh).

Xét biến cố: $A$ là biến cố "Chọn được học sinh là đoàn viên".

$B$ là biến cố " Chọn được học sinh nam". Khi đó:

$P(B)=\frac{100}{250}=\frac{2}{5}$; $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$.

$P(A|B)=\frac{50}{100}=0,5$; $P(A|\overline{B})=\frac{90}{150}=0,6$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.0,5+\frac{3}{5}.0,6=0,56.$$

**Câu 15:** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lẫn mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lẫn mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

**Lời giải**

Gọi $A_i$ là biến cố chọn được thùng loại $i$. ($i=I,II,III$)

$B$ là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là $x$ thùng ( $x>0$ ).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

Từ đó, ta có $P(A_1)=\frac{6}{10}; P(A_2)=\frac{3}{10}; P(A_3)=\frac{1}{10}$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$P(B)=P(A_1).P(B|A_1)+P(A_2).P(B|A_2)+P(A_3).P(B|A_3)$

$=\frac{6}{10}.\frac{C_3^2C_{21}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{3}{10}.\frac{C_4^2C_{20}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{1}{10}.\frac{C_2^2C_{22}^8}{C_{24}^{10}}\approx 0,3$

-----------------HẾT-----------------

## Dạng 2: Công thức Bayes

**Phương pháp:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến có ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó công thức:

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

gọi là công thức Bayes.

**Chú ý 1:**

- Công thức Bayes vẫn đúng với biến cố $B$ bất kì.
- Với $P(A)>0$, công thức $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Các công thức cần nhớ:

⊕ $P(A)+P(\overline{A})=1$ ⊕ $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$

⊕ $P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})=P(A)$ ⊕ $P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(B)$

**Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài tập 1:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất " và $B$ là biến cố " lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai"

Khi đó ta có $P(A)=\dfrac{1}{3}$ thì $P(B|A)=\dfrac{C_7^2}{C_{11}^2}=\dfrac{21}{55}$.

Suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=\dfrac{2}{3}$ thì $P(B|\overline{A})=\dfrac{C_8^2}{C_{11}^2}=\dfrac{28}{55}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=\frac{1}{3}.\frac{21}{55}+\frac{2}{3}.\frac{28}{55}=\frac{7}{15}.$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng

$$P(\overline{A}|B)=\frac{P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}{P(B)}=\frac{\frac{2}{3}.\frac{28}{55}}{\frac{7}{15}}=\frac{8}{11}.$$

**Bài tập 2:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là $52\%$. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là $18\%$ và $15\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " học sinh được chọn là học sinh nữ " và $B$ là biến cố " Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ nghệ thuật"

Khi đó ta có $P(A)=0,52$, $P(B|A)=0,18$, $P\left(B|\overline{A}\right)=0,15$

Suy ra $P\left(\overline{A}\right)=1-P(A)=0,48$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có
$P(B)=P(A)P(B|A)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B|\overline{A}\right)=0,52.0,18+0,48.0,15=0,1656$.

Xác suất học sinh đó là nam bằng: $P\left(\overline{A}|B\right)=\dfrac{P\left(\overline{A}\right).P\left(B|\overline{A}\right)}{P(B)}=\dfrac{0,48.0,15}{0,1656}=\dfrac{10}{23}$.

**Bài tập 3:** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh $A$ ở một địa phương là $65\%$. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $5\%$; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh $A$ là $17\%$. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh $A$. Tính xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh $A$.

**Lời giải**

Gọi $X$ là biến cố "Người dân được tiêm phòng bệnh $A$"

$Y$ là biến cố "Người dân mắc bệnh $A$". Ta có: $P(X)=0,65; P\left(\overline{X}\right)=0,35$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi tiêm phòng là: $P(Y|X)=0,05$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi chưa tiêm phòng là $P\left(Y|\overline{X}\right)=0,17$.

Xác suất người này mắc bệnh $A$ là:

$P(Y)=P(X).P(Y|X)+P\left(\overline{X}\right).P\left(Y|\overline{X}\right)=0,65.0,05+0,35.0,17=0,092$

Xác suất để người bệnh không tiêm phòng là:

$$P\left(\overline{X}|Y\right)=\frac{P\left(\overline{X}\right).P\left(Y|\overline{X}\right)}{P(Y)}=\frac{0,35.0,17}{0,092}=\frac{119}{184}.$$

**Bài tập 4:** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi $A$ là biến cố "Chú lùn đó luôn nói thật" và $B$ là biến cố "Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật". Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

**Lời giải**

Ta có trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên $P(A)=\dfrac{4}{7}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{3}{7}$

Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên $P(B|A)=1$.

3 chú lùn còn lại nói thật với xác suất là $0,5$ nên ta có: $P(B|\overline{A})=0,5$.

Do đó $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{4}{7}.1+\frac{3}{7}.0,5=\frac{11}{14}$.

Xác suất để chú lùn đó luôn nói thật là: $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{\frac{4}{7}.1}{\frac{11}{14}}=\frac{8}{11}$.

**Bài tập 5:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Thư được chọn là thư rác"; $B$ là biến cố: "Thư được chọn là bị chặn".

Ta có $P(A)=3\%=0,03$;

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,03=0,97$; $P(B|A)=0,95$; $P(B|\overline{A})=0,01$.

Công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,03.0,95}{0,03.0,95+0,97.0,01}\approx 0,746.$$

**Bài tập 6:** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ là $0,5\%$. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $94\%$ xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $97\%$ xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Xét hai biến cố $A$: "Người được chọn ra bị mắc bệnh hiểm nghèo $Y$",

$B$: "Người được chọn ra có xét nghiệm cho kết quả dương tính"

Do tỉ lệ người mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ là $0,5\%=0,005$ nên trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của một người là $P(A)=0,005$.

Khi đó: $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,005=0,995$.

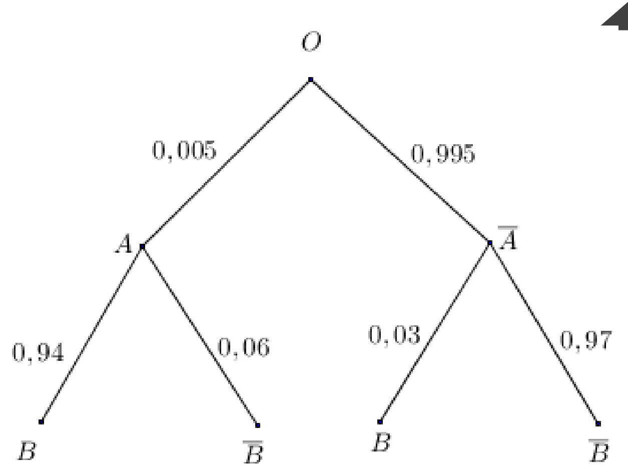
Nếu mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $94\%$ xét nghiệm cho kết quả dương tính

Khi đó: $P(B|A)=94\%=0,94$.

Nếu không bị bệnh hiểm nghèo $Y$ thì với xác suất $97\%$ xét nghiệm cho kết quả âm tính

Khi đó: $P(\overline{B}|\overline{A})=97\%=0,97$

Ta có sơ đồ hình cây như sau




Ta thấy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là $P(A|B)$. Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,005.0,94}{0,005.0,94+0,995.0,03}\approx 13,6\%.$$

Vậy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo $Y$ của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là $13,6\%$.

**Bài tập 7:** Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là $4\%$ và $3\%$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn $80$ sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?

**Lời giải**

Xét hai biến cố sau: $A$: ‘‘Linh kiện lấy ra do nhà máy I sản xuất”,

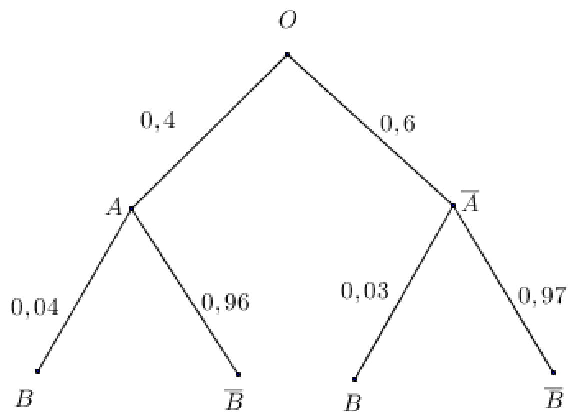
$B$: ‘‘Linh kiện lấy ra là phế phẩm”

Trong lô linh kiện có tổng cộng $80+120=200$ linh kiện nên $P(A)=\frac{80}{200}=0,4$; $P(\overline{A})=0,6$.

Vì tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là $4\%$ và $3\%$ nên $P(B|A)=4\%=0,04$

Khi đó: $P(B|\overline{A})=3\%=0,03$.

Ta có sơ đồ cây:




Khi linh kiện lấy ra là phế phẩm thì xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất là $P(A|B)$ và xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là $P(\overline{A}|B)$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,4.0,04}{0,4.0,04+0,6.0,03}\approx 47\%.$$

Suy ra $P\left(\overline{A}\,|\,B\right)=1-P\left(A\,|\,B\right)\approx 53\%$.

Vậy xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là cao hơn.

**Bài tập 8:** Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm $70\%$ còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm $30\%$ tổng sản phẩm của công ty. Tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm $2\%$ còn của dây chuyền II chiếm $3\%$ tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu nhiên được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: “Sản phẩm bị lỗi” .

$B$ là biến cố: “Điện thoại được chọn do dây chuyền I sản xuất”.

Suy ra $\overline{B}$ là biến cố: “Điện thoại được chọn do dây chuyền II sản xuất”.

Ta có $P\left(B\right)=0,7$ và $P\left(\overline{B}\right)=1-0,7=0,3$; $P\left(A\,|\,B\right)=0,02$ và $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,03$.

Khi đó xác suất để điện thoại được chọn ra bị lỗi là:

$$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\,|\,B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,7.0,02+0,3.0,03=0,023.$$

Do điện thoại lấy ra bị lỗi nên xác suất điện thoại đó do dây chuyền I sản xuất là:

$$P\left(B\,|\,A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A\,|\,B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,7.0,02}{0,023}=\frac{14}{23}.$$

Vậy xác suất một chiếc điện thoại bị lỗi được sản xuất bởi dây chuyền I là khoảng $60,87\%$.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho hai biến cố $A,B$ thỏa mãn $P(A)=0,4$, $P(B)=0,3$, $P(A|B)=0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

**A.** $0,1875$. **B.** $0,48$. **C.** $0,333$. **D.** $0,95$.

**Lời giải**

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,3.0,25}{0,4}=0,1875$.

**Câu 2:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)+P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$. **B.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)-P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

**C.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|\overline{B})+P(\overline{B})P(A|B)}$. **D.** $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

**Lời giải**

Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$, khi đó ta có công thức Bayes $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$ hay $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

**Câu 3:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(A)=0,2$, $P(B)=0,26$, $P(B|A)=0,7$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

**Lời giải**

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$.

**Câu 4:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\overline{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

**A.** $0,25$. **B.** $\dfrac{56}{65}$. **C.** $0,65$. **D.** $0,5$.

**Lời giải**

Ta có: $P(\overline{B})=1-0,8=0,2$. Công thức Bayes: $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$

$\Rightarrow P(B|A)=\dfrac{0,8.0,7}{0,8.0,7+0,2.0,45}=\dfrac{56}{65}$.

**Câu 5:** Cho hai biến cố $A$ và $B$, với $P(A)=0,2$, $P(B|A)=0,7$, $P\left(B|\overline{A}\right)=0,15$. Tính $P(A|B)$.

**A.** $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{9}{13}$.

**Lời giải**

Ta có: $P(A)=0,2 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,8$, $P(B|A)=0,7$, $P\left(B|\overline{A}\right)=0,15$.

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B|\overline{A}\right) \Rightarrow P(B)=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26.$$

Theo công thức Bayes: $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B)=\frac{0,2.0,7}{0,26}=\frac{7}{13}$.

**Câu 6:** Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có $3\%$ tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có $21\%$ là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

**A.** $3$. **B.** $7$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Lời giải**

Ta gọi $A$ là biến cố "Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe", $B$ là biến cố "Tài xế lái xe gây tai nạn".

Khi đó $P(A)=3\%=0,03, P(A|B)=21\%=0,21.$

Theo công thức Bayes: $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B|A)}{P(B)}=\frac{P(A|B)}{P(A)}=\frac{0,21}{0,03}=7.$

Vậy việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên $7$ lần.

**Câu 7:** Cho hai biến cố $A$ và $B$ sao cho $P(A)=0,6$; $P(B)=0,4$; $P(A|B)=0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

**A.** $0,2$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,6$.

**Lời giải**

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\frac{0,4.0,3}{0,6}=0,2$.

**Câu 8:** Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

**A.** $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(A)P(B|A)}$. **B.** $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)}$.

**C.** $P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$. **D.** $P(A)=P(B)P(A|B)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)$.

**Lời giải**

Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó, công thức Bayes:

$P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$ hay còn có thể viết dưới dạng:

$P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

**Câu 9:** Cho hai biến cố $A$ và $B$. Biết rằng $P(B)=0,8$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\overline{B})=0,45$. Khi đó giá trị của $P(B|A)$ bằng

**A.** $0,25$. **B.** $0,65$. **C.** $\dfrac{56}{65}$. **D.** $0,5$.

**Lời giải**

Ta có $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,8=0,2$ nên:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,8.0,7+0,2.0,45=0,65.$$

Do đó theo công thức Bayes ta có $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,8.0,7}{0,65}=\dfrac{56}{65}$.

**Câu 10:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

**A.** $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "người đó nghiện thuốc lá"; $\overline{A}$ là biến cố "người đó không nghiện thuốc lá"; $B$ là biến cố "người đó bị bệnh phổi". Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có $P(A)=0,2;\ P(B|A)=0,7;\ P(\overline{A})=0,8;\ P(B|\overline{A})=0,15$.

$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$.

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$.

**Câu 11:** Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất $35\%$, máy II sản xuất $65\%$ tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

**A.** $0,0056$. **B.** $0,1875$. **C.** $0,1785$. **D.** $0,1587$.

**Lời giải**

Gọi $A_1$ là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất"

$A_2$ là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất"

B là biến cố "Sản phẩm được chọn là phế phẩm"

Suy ra $A_1 | B$ là biến cố "chọn được phế phẩm do máy I sản xuất"

Ta có $P(A_1) = 0,35$, $P(A_2) = 0,65$, $P(B | A_1) = 0,003$, $P(B | A_2) = 0,007$

$P(B) = P(B | A_1).P(A_1) + P(B | A_2).P(A_2) = 0,0056$

Theo công thức Bayes có: $P(A_1 | B) = \dfrac{P(B | A_1).P(A_1)}{P(B)} = 0,1875$.

**Câu 12:** Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**A.** $0,4$. **B.** $0,35$. **C.** $0,5$. **D.** $0,65$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "người đó mắc bệnh", $B$ là biến cố "kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)"

Theo công thức Bayes ta có $P(A | B) = \dfrac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\overline{A}).P(B | \overline{A})}$.

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$. Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\overline{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B | A) = 99\% = 0,99$. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B | \overline{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A | B) = \frac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\overline{A}).P(B | \overline{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

**Câu 13:** Cho hai biến cố $A, B$ thỏa mãn $P(A) = 0,3; P(B) = 0,2$ và $P(A | B) = 0,15$. Khi đó, $P(B | A)$ bằng

**A.** $0,1$. **B.** $0,4$. **C.** $0,225$. **D.** $0,009$.

**Lời giải**

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B | A) = \dfrac{P(B).P(A | B)}{P(A)} = \dfrac{0,2.0,15}{0,3} = 0,1$.

**Câu 14:** Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là $95\%$ (nghĩa là $95\%$ bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là $2\%$ (nghĩa là $2\%$ bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng $1\%$ dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

**A.** Khoảng $32\%$. **B.** Khoảng $47\%$. **C.** Khoảng $83\%$. **D.** Khoảng $95\%$.

**Lời giải**

Để giải câu hỏi này, chúng ta sẽ sử dụng công thức Bayes.

Gọi $B$ là biến cố người mắc bệnh, có $P(B)=1\%=0,01$.

$\overline{B}$ là biến cố người không mắc bệnh, có $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,01=0,99$.

Gọi $D$ là biến cố người đó được xét nghiệm có kết quả dương tính. Khi đó

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu mắc bệnh là $P(D\mid B)=95\%=0,95$.

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu không mắc bệnh là $P(D\mid \overline{B})=2\%=0,02$.

Dùng công thức Bayes để tính xác suất mắc bệnh khi có kết quả xét nghiệm dương tính:

$$P(B\mid D)=\frac{P(B).P(D\mid B)}{P(D)}$$

$P(D)=P(B).P(D\mid B)+P(\overline{B}).P(D\mid \overline{B})=0,95.0,01+0,02.0,99=0,0293$.

Suy ra: $P(B\mid D)=\dfrac{0,95.0,01}{0,0293}\approx 0,3242$.

Vậy xác suất người đó thực sự mắc bệnh là khoảng $32\%$.

**Câu 15:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**A.** $0,095$. **B.** $0,746$. **C.** $0,476$. **D.** $0,003$.

**Lời giải**

Gọi A là biến cố: "Thư được chọn là thư rác"

B là biến cố: "Thư được chọn là bị chặn".

Ta có $P(A)=3\%=0,03$;

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,03=0,97$; $P(B\mid A)=0,95$; $P(B\mid \overline{A})=0,01$.

Công thức Bayes, ta có

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}=\frac{0,03.0,95}{0,03.0,95+0,97.0,01}\approx 0,746.$$

**Câu 16:** Được biết có $5\%$ đàn ông bị mù màu, và $0,25\%$ phụ nữ bị mù màu (*Nguồn: F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005).* Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chon một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

**A.** $\dfrac{19}{21}$. **B.** $\dfrac{20}{21}$. **C.** $\dfrac{24}{25}$. **D.** $\dfrac{18}{25}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố người được chọn là đàn ông, $B$ là biến cố người được chọn mù màu.

Theo đề bài ra ta có $P(B|A)=0,05; P(B|\overline{A})=0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A)=P(\overline{A})=0,5$.

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất để chọn được một người đàn ông mù màu là

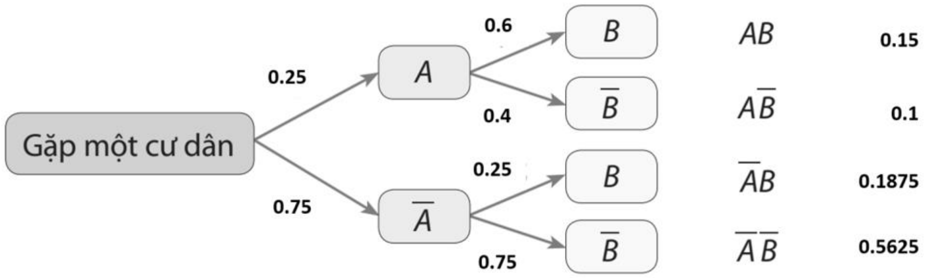
$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,5.0,05}{0,5.0,05+0,5.0,0025}=\frac{20}{21}.$$

**Câu 17:** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có $25\%$ cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là $60\%$ và $25\%$. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

**A.** $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

**Lời giải**

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi $A$ là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và $B$ là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:




Ta có $P(B)=P(A).P(B|\ A)+P(\overline{A}).P(B|\ \overline{A})=0,15+0,1875=0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|\ B)=\frac{P(A)P(B|\ A)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,3375}=\frac{4}{9}$.

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là $\frac{4}{9}$.

**Câu 18:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

**A.** $\frac{95}{98}$. **B.** $\frac{931}{1000}$. **C.** $\frac{95}{100}$. **D.** $\frac{98}{100}$.

**Lời giải**

Gọi A là biến cố: ” Qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A)=0,98$

Gọi B là biến cố: “Qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B\,|\,A)=0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A\cap B)$

Ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(B|A).P(A)=0,95.0,98=\dfrac{931}{1000}$.

**Câu 19:** Giả sử có một loại bệnh S mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,1\%$. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh S khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh S có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh S của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**A.** $1,96\%$. **B.** $1,69\%$. **C.** $1,97\%$. **D.** $0,5\%$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "Người đó mắc bệnh S"; $B$ là biến cố: "Người đó xét nghiệm có phản ứng dương tính".

Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có: $P(A)=0,001$; $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,001=0,999$; $P(B|A)=1$; $P(B|\overline{A})=0,05$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,001.1}{0,001.1+0,999.0,05}=\frac{20}{1019}\approx 1,96\%.$$

**Câu 20:** Giả sử tỉ lệ người dân của thủ đô Hà Nội nghiện thuốc lá là $30\%$; tỉ lệ người bị bệnh phổi là $38\%$ và tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là $80\%$. Chọn ngẫu nhiên một người của thủ đô Hà Nội, tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

**A.** $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{19}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{19}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "người nghiện thuốc lá".
Gọi $B$ là biến cố "người bị bệnh phổi".

Ta có: $\begin{cases} P(A)=0,3. \\ P(B)=0,38. \\ P(B|A)=0,8. \end{cases}$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,3.0,8}{0,38}=\dfrac{12}{19}$

Trong số người bị bệnh phổi của thủ đô Hà Nội, có khoảng $\dfrac{12}{19}$ số người nghiện thuốc lá.

**Câu 21:** Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội $I$ có 4 vận động viên, đội $II$ có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội $I$ và đội $II$ tương ứng là $0,7$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội $I$.

**A.** $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{11}{16}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{7}{16}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội $I$ ".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội $II$ ".

$B$ là biến cố: " Vận động viên được chọn đạt huy chương bạc".

Khi đó $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})$.

Trong đó: $P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $P(B|A)=0,7$; $P(\overline{A})=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, $P(B|\overline{A})=0,6$.

Suy ra: $P(B)=\frac{2}{5}.0,7+\frac{3}{5}.0,6=\frac{16}{25}$.

Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{5}.0,7}{\frac{16}{25}}=\frac{7}{16}$.

**Câu 22:** Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là $10\%$. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

**A.** $\frac{891}{911}$. **B.** $\frac{891}{911}$. **C.** $\frac{123}{892}$. **D.** $\frac{213}{911}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: "cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác", $B$ là biến cố: "cuộc gọi chọn bị chặn" thì $\overline{B}$ là biến cố: "cuộc gọi được chọn không bị chặn".

Theo đầu bài ta có: $P(A)=0,1$, $P(\overline{A})=0,9$, $P(B|A)=0,8$, $P(B|\overline{A})=0,01$.

Ta có: $P(B)=P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})=0,8.0,1+0,01.0,9=0,089$.

Vì $P(B|\overline{A})=0,01\Rightarrow P(\overline{B}|\overline{A})=0,99$, $P(B|A)=0,8\Rightarrow P(\overline{B}|A)=0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})}{P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})+P(A).P(\overline{B}|A)}=\frac{0,9.0,99}{0,9.0,99+0,1.0,2}=\frac{891}{911}.$$

**Câu 23:** Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác $100\%$. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là $70\%$, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là $10\%$. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là $13$ con trên $1000000$ con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

**A.** $\frac{91}{100078}$. **B.** $\frac{91}{1000078}$. **C.** $\frac{91}{3000052}$. **D.** $\frac{91}{8999974}$.

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$: "Con bò ở Hà Lan bị bệnh bò điên";

$B$: "Con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X".

Theo giả thiết, ta có: $P(A)=0,000013; P(B\mid A)=0,7; P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,000013.0,7+(1-0,000013).0,1=0,1000078.$$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{0,000013.0,7}{0,1000078}=\frac{91}{1000078}$.

Vậy xác suất để một con bò Hà Lan bị bệnh bò điên nếu nó phản ứng dương tính với xét nghiệm A là $\frac{91}{1000078}$.

**Câu 24:** Trường THPT Hòa Bình có $20\%$ học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có $85\%$ học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có $10\%$ số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:

**A.** $\frac{17}{25}$. **B.** $\frac{7}{25}$. **C.** $\frac{17}{29}$. **D.** $\frac{17}{75}$.

**Lời giải**

Xét các biến cố: $A$: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

$B$: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A)=0,2; P\left(\overline{A}\right)=0,8; P(B\mid A)=0,85; P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25.$$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{0,2.0,85}{0,25}=0,68=\frac{17}{25}$.

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là $\frac{17}{25}$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Giả sử bệnh hiểm nghèo $X$ có tỉ lệ nhiễm bệnh là $0,5\%$, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là $4\%$. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi $A$ là biến cố "Người được chọn không nhiễm bệnh" và $B$ là biến cố "người được chọn có phản ứng dương tính". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A)=0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là

$$P(B\mid A)=0,04.$$

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B\mid \overline{A})=0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\overline{A}\mid B)=\dfrac{25}{224}$.

**Lời giải**

a) Đúng: Người được chọn không mắc bệnh có tỉ lệ $P(A)=1-0,5\%=0,995$

b) Đúng: Do trong số những người không mắc bệnh có $4\%$ phản ứng dương tính nên

$$P(B\mid A)=0,04.$$

c) Sai: Những người mắc bệnh đều có phản ứng dương tính nên $P(B\mid \overline{A})=1$.

d) Đúng: Khả năng mắc bệnh của một người có phản ứng dương tính là

$$P(\overline{A}\mid B)=\frac{P(\overline{A})P(B\mid \overline{A})}{P(\overline{A})P(B\mid \overline{A})+P(A)P(B\mid A)}=\frac{0,005.1}{0,005.1+0,995.0,04}=\frac{25}{224}.$$

**Câu 2:** Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $0,02$.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $0,99$.

c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $0,01$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $0,25$

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi $A$ là biến cố "người đó mắc bệnh"

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A)=2\%=0,02$

b) Đúng: Gọi $B$ là biến cố "kết quả kiểm tra người đó là dương tính"

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

c) Sai: Xác xuất kết quả âm tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(\overline{B}|\overline{A}) = 97\% = 0,97$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:

$$P(B|\overline{A}) = 1 - P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - 0,97 = 0,03$$

d) Sai: Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\overline{A}) = 1 - 0,02 = 0,98$

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A})} = \frac{0,02.0,99}{0,02.0,99 + 0,98.0,03} = \frac{33}{82} \approx 0,402.$$

**Câu 3:** Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là $0,6$.

b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là $0,8$.

c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $0,36$.

d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\frac{2}{3}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "viên bi được lấy ra có đánh số"

Gọi $B$ là biến cố "viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố "viên bi được lấy ra có màu vàng",

a) Đúng: $P(A|\overline{B}) = 60\% = 0,6$

b) Sai: $P(A|B) = 80\% = 0,8$, nên $P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,8 = 0,2$.

c) Sai: Ta có: $P(B) = \frac{30}{50} = 0,6$; $P(\overline{B}) = \frac{20}{50} = 0,4$

Vậy $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,6.0,8 + 0,4.0,6 = 0,72$

d) Đúng: Ta có: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,8}{0,72} = \frac{2}{3}$.

**Câu 4:** Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ. Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là $72\%$, tỷ lệ thành viên nữ là $28\%$. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là $32\%$; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là $3\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là $68\%$.

b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là $22\%$.

c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là $2\%$.

d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng $96\%$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố VĐV được chọn là nam.

Gọi $B$ là biến cố VĐV được chọn đã hoàn thành cự ly Marathon sub 4.

a) Đúng: Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là: $P\left(\overline{B}\mid A\right)=1-P\left(B\mid A\right)=1-32\%=68\%$.

b) Sai: Xác suất để VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4 là:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,72.0,32+0,28.0,03\approx 0,24=24\%.$$

c) Sai: Xác suất để VĐV được chọn là nữ và đã hoàn thành sub 4 là:

$$P\left(\overline{A}.B\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,28.0,03\approx 0,0084\approx 0,84\%.$$

d) Đúng: Biết VĐV đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam là:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)}$$

$$=\frac{0,72.0,32}{0,72.0,32+0,28.0,03}\approx 0,96=96\%$$

**Câu 5:** Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và $5$ viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và $5$ viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên $2$ viên bi từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ nhất” và $B$ là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ hai”.

Gọi $C$ là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ nhất” và $D$ là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ hai”.

Ta có: $P(A)=\frac{C_5^2}{C_6^2}=\frac{2}{3}$; $P(B|A)=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}=\frac{7}{15}$; $P(C)=\frac{C_1^1C_5^1}{C_6^2}=\frac{1}{3}$; $P(D|C)=\frac{C_4^1C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$.

Suy ra $P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{3}$; $P(B|\overline{A})=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$; $P(\overline{C})=1-P(C)=\frac{2}{3}$; $P(D|\overline{C})=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^2}=\frac{7}{15}$

a) Đúng: $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{2}{3}.\frac{7}{15}+\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{19}{45}$.

b) Sai: $P(D)=P(C).P(D|C)+P(\overline{C}).P(D|\overline{C})=\frac{1}{3}.\frac{8}{15}+\frac{2}{3}.\frac{7}{15}=\frac{22}{45}$.

c) Đúng: Áp dụng công thức Bayes ta có $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{2}{3}.\frac{7}{15}:\frac{19}{45}=\frac{14}{19}$.

d) Sai: $P(C|D)=\frac{P(C).P(D|C)}{P(D)}=\frac{1}{3}.\frac{8}{15}:\frac{22}{45}=\frac{4}{11}$.

**Câu 6:** Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và tỉ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,061$.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

**Lời giải**

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ” và B là biến cố “Nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ”.

Theo đề ta có $P(A)=0,45$; $P(B|A)=0,07$; $P(B|\overline{A})=0,05$. Suy ra $P(\overline{A})=0,55$

a) Sai: Ta có $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,45.0,07+0,55.0,05=0,059$.

b) Đúng: $P(\overline{A}|B)=\frac{P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}{P(B)}=\frac{0,55.0,05}{0,059}=\frac{55}{118}$.

c) Đúng: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,45.0,07}{0,059}=\dfrac{63}{118}$.

d) Sai: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,45.0,07}{0,059}=\dfrac{63}{118}$

Do $P(A|B)=\dfrac{63}{118}>\dfrac{55}{118}=P(\overline{A}|B)$ nên nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là nữ sẽ nhiều hơn là nam.

**Câu 7:** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với $76,2\%$ các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với $99,1\%$ các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là $1\%$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là $0,23$.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: $0,009$.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $0,017$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\dfrac{381}{850}$

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính" và $B$ là biến cố "Người nhiễm virus".

a) Sai: Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với $76,2\%$ các ca thực sự nhiễm virus nên Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là: $P(\overline{A}|B)=0,238$.

b) Đúng: Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với $99,1\%$ các ca thực sự không nhiễm virus nên

$P(\overline{A}|\overline{B})=0,991$. Suy ra $P(A|\overline{B})=1-0,991=0,009$.

Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: $0,009$.

c) Đúng: Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là $1\%$ nên $P(B)=0,01$ và $P(\overline{B})=0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=0,01.0,762+0,99.0,009=0,01653\approx 0,017$

d) Đúng: Xác suất để người đó thực sự bị bệnh khi có kết quả chuẩn đoán là dương tính là

Ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,01.0,762}{0,017}=\dfrac{381}{850}$.

**Câu 8:** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh $X$ có $50\%$ học sinh lựa chọn tổ hợp B00 (Gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,6$; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$ . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh $X$ đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi $A$ là biến cố: ’’Học sinh đó chọn tổ hợpB00 ’’; $B$ là biến cố: ’’Học sinh đó đỗ đại học’’. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất $P\left(\overline{A}\right)=0,5$.

b) Xác suất $P\left(B\mid A\right)=0,4$.

c) Xác suất $P\left(B\mid \overline{A}\right)$ thuộc khoảng $\left(0,2;\,0,5\right)$.

d) $\dfrac{P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\mid A\right)}$ lớn hơn $\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

a) Đúng: $\overline{A}$ là biến cố: “Học sinh đó không chọn tổ hợp B00”

Ta có: $P\left(A\right)=0,5\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,5=0,5$.

b) Sai: $P\left(B\mid A\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp $B00\Rightarrow P\left(B\mid A\right)=0,6$.

c) Sai: $P\left(B\mid \overline{A}\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp B00. Ta có: $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,7$.

d) Đúng: Theo công thức Bayes, ta có: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(A\right)P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B\mid \overline{A}\right)}$

$$\Rightarrow \frac{P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\mid A\right)}=\frac{P\left(A\right)}{P\left(A\right)P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B\mid \overline{A}\right)}=\frac{0,5}{0,5.0,6+0,5.0,7}=\frac{10}{13}$$

**Câu 9:** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\dfrac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\dfrac{48}{103}$.

**Lời giải**

a) Sai : Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{8}{18}=\dfrac{4}{9}$.

b) Đúng: Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1-0,55=0,45$

c) Đúng : Gọi $A$ là biến cố: “Vận động viên đạt huy chương vàng”, $B$ là biến cố: “Thành viên đội I” thì biến cố đối của $B$ là $\overline{B}$: “Thành viên đội II đạt huy chương vàng”.

Do đó, $P(B)=\frac{8}{18}=\frac{4}{9};P(\overline{B})=\frac{5}{9}$ ; $P(A|B)=0,6;P(A|\overline{B})=0,55$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{4}{9}.0,6+\frac{5}{9}.0,55=\frac{103}{180}$$

d) Đúng : Ta có $P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\frac{\frac{4}{9}.0,6}{\frac{103}{180}}=\frac{48}{103}$

**Câu 10:** Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.

c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.

d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Lời giải**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi $A$ là biến cố: "Chọn được thùng hàng loại I".

$B$ là biến cố: "Chọn được thùng hàng đã được kiểm định".

Theo bài ra ta có $P(B|A)=80\%,\ P(B|\overline{A})=85\%$

a) Đúng: Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P(A)=\frac{480}{1000}=48\%$.

b) Sai: Ta có $P(\overline{A})=\frac{520}{1000}=52\%$, $P(B|\overline{A})=85\%$.

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=52\%.85\%=44,2\%.$$

c) Đúng: Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=48\%.80\%+52\%.85\%=82,6\%$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P(\overline{B})=1-P(B)=17,4\%$

d) Sai: Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định.

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là $P(A|\overline{B})=\frac{P(A).P(\overline{B}|A)}{P(\overline{B})}=\frac{48\%.(1-80\%)}{17,4\%}=\frac{16}{29}$.

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là $P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{P(\overline{A}).P(\overline{B}|A)}{P(\overline{B})}=\frac{52\%.(1-85\%)}{17,4\%}=\frac{13}{29}$.

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I cao hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Câu 11:** Có hai đội tham gia một cuộc thi bơi lội. Đội I có 7 vận động viên, đội II có 9 vận động viên. Xác suất giành huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0.07 và 0.06. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I là $\dfrac{9}{16}$

b) Xác suất để vận động viên này không giành được huy chương vàng nếu thuộc đội II là $0,94$

c) Xác suất để vận động viên này giành được huy chương vàng là $\dfrac{103}{1060}$

d) Giả sử vận động viên được chọn giành huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\dfrac{49}{103}$.

**Lời giải**

a) Sai: Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{7}{16}$.

b) Đúng: Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1-0,06=0,94$

c) Sai : Gọi $A$ là biến cố: "Vận động viên đạt huy chương vàng", $B$ là biến cố: "Thành viên đội I" thì biến cố đối của $B$ là $\overline{B}$: "Thành viên đội II".

Do đó, $P(B)=\dfrac{7}{16};P(\overline{B})=\dfrac{9}{16}$ ; $P(A\mid B)=0,07;P(A\mid \overline{B})=0,06$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{7}{16}.0,07+\frac{9}{16}.0,06=\frac{103}{1600}$$

d) Đúng: Ta có $P(B\mid A)=\dfrac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{7}{16}.0,07}{\frac{103}{1600}}=\dfrac{49}{103}$

**Câu 12:** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng $62,5\%$.

b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

**Lời giải**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một viên bi.

Gọi $A$ là biến cố: "Chọn được viên bi màu đỏ"; $B$ là biến cố: "Chọn được viên bi đã được đánh số". Theo bài ra ta có $P(B|A)=60\%, P(B|\overline{A})=50\%$

a) Đúng: Xác suất chọn được viên bi màu đỏ là $P(A)=\dfrac{50}{80}=62,5\%$.

b) Sai: Ta có $P(\overline{A})=\dfrac{30}{80}=37,5\%$, $P(B|\overline{A})=50\%$.

Xác suất chọn được viên bi màu vàng đã được đánh số là

$$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=37,5\%.50\%=18,75\%.$$

c) Đúng: Xác suất chọn được viên bi đã được đánh số là

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=62,5\%.60\%+37.5\%.50\%=56,25\%$$

Suy ra xác suất chọn được viên bi chưa đánh số là $P(\overline{B})=1-P(B)=43,75\%$.

d) Sai: Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số. Khi đó:

Xác suất để viên bi đó là bi đỏ: $P(A|\overline{B})=\dfrac{P(A).P(\overline{B}|A)}{P(\overline{B})}=\dfrac{62.5\%.(1-60\%)}{43,75\%}=\dfrac{4}{7}$.

Xác suất để viên bi đó là bi vàng: $P(\overline{A}|\overline{B})=\dfrac{P(\overline{A}).P(\overline{B}|A)}{P(\overline{B})}=\dfrac{37,5\%.(1-50\%)}{43,75\%}=\dfrac{3}{7}$.

Vây xác suất viên bi đó là bi đỏ cao hơn xác suất viên bi đó là bi xanh.

**Câu 13:** Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng X sản xuất $60\%$ và phân xưởng Y sản xuất $40\%$ tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng X, phân xưởng Y lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

a) Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất bằng 95%.

b) Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.

c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất bằng 75%.

d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

**Lời giải**

Xét phép thử lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

Gọi $A$ là biến cố: "Lấy được sản phẩm do phân xưởng X sản xuất".

$\overline{A}$ là biến cố: "Lấy được sản phẩm do phân xưởng Y sản xuất".

$B$ là biến cố: "Lấy được phế phẩm".

$\overline{B}$ là biến cố: "Lấy được sản phẩm tốt".

Theo bài ra ta có $P(A)=60\%, P(A)=40\%, P(B|A)=10\%, P(B|\overline{A})=5\%$

a) Sai: Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất là xác suất có điều kiện $P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=90\%$.

b) Sai: Xác suất lấy được phế phẩm là

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=60\%.10\%+40\%.5\%=8\%.$$

c) Đúng: Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất là xác suất có điều kiện $P(A|B)$. Ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{60\%.10\%}{8\%}=75\%$

d) Đúng:Ta có $P(\overline{B})=1-P(B)=1-8\%=92\%$; $P(\overline{B}|A)=90\%$;

$P(\overline{B}|\overline{A})=1-P(B|\overline{A})=1-5\%=95\%$.

Nếu lấy được sản phẩm tốt thì:

Xác suất sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất là $P(A|\overline{B})=\dfrac{P(A).P(\overline{B}|A)}{P(\overline{B})}=\dfrac{60\%.90\%}{92\%}=\dfrac{27}{46}$

Xác suất sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất là $P\left(\overline{A}\middle|\overline{B}\right)=\dfrac{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{40\%.95\%}{92\%}=\dfrac{19}{46}$

Vì $\dfrac{27}{46}>\dfrac{19}{46}$ nên nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

## PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tại một địa phương có $500$ người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có $40\%$ và $55\%$ bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?*(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)*

**Lời giải**

Xét các biến cố:

$A$: “ Chọn được người không bị tiểu đường”

$B$: “ Chọn được người cao tuổi là nam”

$\overline{B}$: “ Chọn được người cao tuổi là nữ ”

Từ giải thuyết ta có $P(B)=\dfrac{260}{500}=0,52$; $P(A\,|\,B)=1-0,4=0,6$;

$P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{240}{500}=0,48$; $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=1-0,55=0,45$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\,|\,B)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,52.0,6+0,48.0,45=0,528\approx 0,53.$$

**Câu 2:** Một loại linh kiện do hai nhà máy $I,II$ cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy $I,II$ lần lượt là : $0,04;0,03$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn $80$ sản phẩm của nhà máy $I$ và $120$ sản phẩm của nhà máy $II$. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy $I$ .*(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).*

**Lời giải**

Ta xét các biến cố

$A$: “ Linh kiện được lấy ra là phế phẩm”

$B$: “ Linh kiện lấy ra từ nhà máy $I$ ”

$\overline{B}$: “ Linh kiện lấy ra từ nhà máy $II$ ”

Theo giả thuyết ta có $P(B)=\dfrac{80}{200}=0,4$; $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{120}{200}=0,6$; $P(A\,|\,B)=0,04$; $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=0,03$

Theo công thức toàn phần xác suất lấy linh kiện là phế phẩm là

$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=$ $0,4.0,04+0,6.0,03=0,034$.

Mặt khác theo công thức Bayes xác suất linh kiện phế phẩm do nhà máy $I$ sản xuất là:

$$P(B\mid A)=\frac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\frac{0,4.0,04}{0,034}=\frac{8}{17}\approx 0,47$$

**Câu 3:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là $0,9$ và $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " viên đạn trúng đích".

$B_1$ là biến cố " chọn xạ thủ loại I bắn"; $B_2$ là biến cố " chọn xạ thủ loại II bắn".

$P(B_1)=\frac{2}{10}=0,2$; $P(A|B_1)=0,9$; $P(B_2)=\frac{8}{10}=0,8$; $P(A|B_2)=0,7$.

Hai biến cố $B_1;B_2$ tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)=0,2.0,9+0,8.0,7=0,74.$$

Áp dụng công thức Bayes có: $P(B_1|A)=\frac{P(A\mid B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{0,9.0,2}{0,74}=\frac{9}{37}\approx 0,24.$

**Câu 4:** Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn $A,B,C$ theo tỉ lệ $20\%$, 50 %, $30\%$. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là $5\%$, $4\%$, $8\%$. Tính xác suất để một khách ở khách sạn $C$, biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi biến cố $H$: "Khách nghỉ ở phòng có điều hòa bị hỏng"

$A$: "Khách nghỉ tại khách sạn $A$"

$B$: "Khách nghỉ tại khách sạn $B$"

$C$: "Khách nghỉ tại khách sạn $C$"

Theo bài ra ta có: $P(A)=0,2$; $P(B)=0,5$; $P(C)=0,3$.

$P(H\mid A)=0,05$; $P(H\mid B)=0,04$; $P(H\mid C)=0,08$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(H)=P(A).P(H\mid A)+P(B).P(H\mid B)+P(C).P(H\mid C)$

$=0,2.0,05+0,5.0,04+0,3.0,08=0,054$.

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn $A$, biết khách đó ở phòng điều hòa bị hỏng là: $P(A\mid H)=\frac{P(A).P(H\mid A)}{P(H)}=\frac{0,2.0,05}{0,054}=\frac{5}{27}\simeq 0,19$.

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn $C$, biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng là:

$$P\left(C\mid\overline{H}\right)=\frac{P(C).P\left(\overline{H}\mid C\right)}{P\left(\overline{H}\right)}=\frac{0,3.(1-0,08)}{1-0,054}=\frac{138}{473}\simeq 0,29.$$

**Câu 5:** Cho hộp $I$ gồm $5$ bi trắng và 5 bi đỏ, hộp $II$ gồm $6$ bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp $I$ sang hộp $II$. Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp $II$ một bi. Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp $I$. (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

Gọi $K_1$: "Bi lấy ra từ hộp II là bi của hộp $I$"

$K_2$: "Bi lấy ra từ hộp $II$ là bi của hộp $II$"

$A$: "Lấy được bi trắng"

Ta có: $P(K_1)=\frac{C_2^1}{C_{12}^1}=\frac{1}{6}$; $P(K_2)=\frac{C_{10}^1}{C_{12}^1}=\frac{5}{6}$; $P(A\mid K_1)=\frac{C_5^1}{C_{10}^1}=\frac{1}{2}$; $P(A\mid K_2)=\frac{C_6^1}{C_{10}^1}=\frac{3}{5}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất để lấy được bi trắng là:

$$P(A)=P(K_1).P(A\mid K_1)+P(K_2).P(A\mid K_2)=\frac{1}{6}.\frac{1}{2}+\frac{5}{6}.\frac{3}{5}=\frac{7}{12}\simeq 0,58.$$

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để lấy được bi trắng của hộp $I$ là:

$$P(K_1\mid A)=\frac{P(K_1).P(A\mid K_1)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}.\frac{1}{2}}{\frac{7}{12}}=\frac{1}{7}\simeq 0,14.$$

**Câu 6:** Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với $90\%$ các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với $80\%$ các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là $1\%$. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Người đó bị nhiễm Virus"; $B$ là biến cố "Người đó cho kết quả dương tính".

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với $90\%$ các trường hợp thực sự nhiễm virus $P(B\mid A)=0,9$.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả âm tính với $80\%$ các trường hợp thực sự không nhiễm virus, nên cho kết quả dương tính với $20\%$ các trường hợp không thực sự nhiễm virus $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,2$

$P(A)=0,01\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,99$

Do đó xác suất để người đó cho kết quả dương tính là:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,01.0,9+0,99.0,2=0,207$$

Xác suất để người nhiễm virus cho kết quả dương tính là:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{0,01.0,9}{0,207}=\frac{1}{23}$$

Vậy $a=1,b=23\Rightarrow a+b=24$.

**Câu 7:** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là $30\%$. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là $60\%$, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là $40\%$. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. *(Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)*

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Người này bị nghiện thuốc lá"; $B$ là biến cố "Người này không bị viêm họng"

Ta có $P(A)=0,3\Rightarrow P(\overline{A})=0,7$.

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người bị nghiện thuốc là $P(\overline{B}\mid A)=0,6$

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người không bị nghiện thuốc là $P(\overline{B}\mid \overline{A})=0,4$

Do đó $P(\overline{B})=P(A).P(\overline{B}\mid A)+P(\overline{A}).P(\overline{B}\mid \overline{A})=0,3.0,6+0,7.0,4=0,46$.

Suy ra $P(B)=1-P(\overline{B})=0,54$.

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{0,3.0,4}{0,54}=\frac{2}{9}\approx 0,22.$$

**Câu 8:** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu ( kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi $B$ là biến cố "người bị bệnh ung thư"

Theo giả thiết ta có: $P(A)=0,2\Rightarrow P(\overline{A})=0,8;\ P(B\mid A)=0,7;\ P(B\mid \overline{A})=0,15$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}\approx 0,54$.

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là $0,54$.

**Câu 9:** Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Xạ thủ được chọn là nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "xạ thủ được chọn là nam"

Gọi $B$ là biến cố "xạ thủ được chọn bắn trúng"

Theo giả thiết ta có: $P(A)=\dfrac{2}{2+8}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow P(\overline{A})=\dfrac{4}{5}$; $P(B|A)=0,9$; $P(B|\overline{A})=0,8$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{1}{5}.0,9+\frac{4}{5}.0,8=0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82}=\dfrac{9}{41}\approx 0,22$.

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là $0,22$.

**Câu 10:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng"

$B$ là biến cố "sản phẩm đạt tiêu chuẩn".

Theo bài ra ta có: $P(B)=0,8$; $P(\overline{B})=1-0,8=0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B)=0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\overline{B})=1-0,95=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,8.0,9+0,2.0,05=0,73.$$

**Câu 11:** Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.
Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "học sinh được chọn là học sinh giỏi"

$B$ là biến cố "học sinh được chọn là học sinh nữ".

Theo bài ra ta có: $P(B)=0,45;\ P(\overline{B})=1-0,45=0,55$.

Do lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40% nên:

$P(A|B)=0,3$ và $P(A|\overline{B})=0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,45.0,3+0,55.0,4\simeq 0,36$.

Gọi $C$ là biến cố "học sinh giỏi được chọn là học sinh nữ" thì $C=B|A$ nên theo công thức Bayes ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,45.0,3}{0,355}\simeq 0,38$.

**Câu 12:** Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: "Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?" và "Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?". Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố "Có mua sản phẩm của Vinamilk".
Gọi $B$ là biến cố "Có xem quảng cáo của Vinanilk".
Khi đó ta tính $P(A|B)$ tức là tính xác suất biến cố "Có mua sản phẩm của Vinamilk khi đã xem quảng cáo".

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

Ta có xác suất của biến cố $A$ là: $P(A)=25\%=\dfrac{1}{4}$.

Xác suất của biến cố $B$ là: $P(B)=40\%=\dfrac{2}{5}$.

Xác suất khách hàng xem quảng cáo khi đã mua sản phẩm của Vinamilk: $P(B|A)=60\%=\dfrac{3}{5}$

Xác suất khách hàng mua sản phẩm khi xem quảng cáo là:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}.\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{8}.$$

**Câu 13:** Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp $70\%$ chi tiết, máy thứ hai cung cấp $30\%$ chi tiết. Khoảng $95\%$ chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn $80\%$ chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố " Chi tiết lấy từ dây chuyền sản xuất đạt chuẩn".

Gọi $B_1$ là biến cố "Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất".

$B_2$ là biến cố "Chi tiết do máy thứ hai sản xuất"

Khi đó ta tính $P(B_1|A)$ tức là tính xác suất biến cố "Chi tiết đó do máy thứ nhất sản xuất khi nó là sản phẩm đạt chuẩn".

Theo công thức Bayes ta có $P(B_1|A)=\dfrac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)}$.

Ta có: $P(B_1)=0,7$; $P(B_2)=0,3$; $P(A|B_1)=0,95$; $P(A|B_2)=0,80$.

Xác suất để chi tiết đó do máy thứ nhất sản xuất khi nó là sản phẩm đạt chuẩn:

$$P(B_1|A)=\frac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)}=\frac{0,7.0,95}{0,7.0,95+0,3.0,8}=\frac{133}{181}\approx 0,7348.$$

**Câu 14:** Một căn bệnh có $1\%$ dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là: Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính $98\%$. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 98 trong 100 trường hợp không mắc bệnh (tức là có 2 người không mắc bệnh nhưng xuất hiện dương tính "giả"). Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?.

**Lời giải**

Gọi biến cố $A$: "Người đó mắc bệnh",

biến cố $B$: "Kết quả kiểm tra của người đó là dương tính".

Ta cần tìm $P(A|B)$: xác suất một người bị bệnh trong điều kiện người đó kiểm tra kết quả là dương tính.

Căn bệnh có $1\%$ dân số mắc phải nên xác suất để một người mắc bệnh là $P(A)=1\%$.

Xác suất để người đó không mắc bệnh là $P(\overline{A})=99\%$.

$P(B|A)=98\%$: xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh.

$P(B|\overline{A})=2\%$: xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh.

Theo công thức Bayes:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,01.0,98}{0,01.0,98+0,99.0,02}=\frac{49}{148}\approx 33\%.$$

Vậy xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả dương tính là $33\%$.

**Câu 15:** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{1}{2}a+b$.

**Lời giải**

Gọi biến cố $A$: "Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm".

Biến cố $H_1$: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua".

Biến cố $H_2$: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua".

Biến cố $H_3$: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua".

Ta có $P(H_1)=\frac{50}{200}=0,25$ $\quad P(H_2)=\frac{90}{200}=0,45$ $\quad P(H_3)=\frac{60}{200}=0,3$

$P(A|H_1)=0,6$; $P(A|H_2)=0,4$; $P(A|H_3)=0,1$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$P(A)=P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)+P(H_3).P(A|H_3)$

$=0,25.0,6+0,45.0,4+0,3.0,1=0,36.$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là

$$P(H_1|A)=\frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)}=\frac{0,25.0,6}{0,36}=\frac{5}{12}.$$

Suy ra $a=5, b=12$. Vậy $T=\frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2}.5+12=14,5.$

**Câu 16:** Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là $20\%;\ 45\%$ *và* $35\%$. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là $5\%;\ 20\%$ *và* $40\%$. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

$H_i$ $(i=1,2,3)$ lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$P(H_1)=0,2;\ P(H_2)=0,45;\ P(H_3)=0,35.$

$P(A|H_1)=0,05;\ P(A|H_2)=0,2;\ P(A|H_2)=0,4.$

$P(A)=P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)+P(H_3).P(A|H_3)=0,24.$

$P(H_1|A)=\frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)}\approx 0,04;\ P(H_2|A)=\frac{P(H_2).P(A|H_2)}{P(A)}\approx 0,38.$

$$P\left(H_3 \mid A\right)=\frac{P\left(H_3\right).P\left(A \mid H_3\right)}{P(A)} \approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là $0,58$.

**Câu 17:** Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần mười.*)

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: “Lấy được đồng xu cân đối đồng chất” và $B$ là biến cố: “Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa”. Khi đó ta cần tính $P(A \mid B)$.

Ta có $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(\overline{A})=\frac{1}{2}$ và $P(B \mid A)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$, $P(B \mid \overline{A})=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$.

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A \mid B)=\frac{P(A)P(B \mid A)}{P(A)P(B \mid A)+P(\overline{A})P(B \mid \overline{A})}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{27}} \approx 0.3.$$

**Câu 18:** Trường X có $20\%$ học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có $85\%$ học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có $10\%$ số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a-b$?

**Lời giải**

Xét các biến cố: $A$: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao";

$B$: “Chọn được học sinh biết chơi bóng bàn”.

Khi đó, $P(A)=0,2$; $P(\overline{A})=0,8$; $P(B \mid A)=0,85$; $P(B \mid \overline{A})=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(B)=P(A).P(B \mid A)+P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A})=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25$.

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được môn bóng bàn là:

$P(A \mid B)=\frac{P(A).P(B \mid A)}{P(B)}=\frac{0,2.0,85}{0,25}=\frac{17}{25}$ nên $a=17, b=25 \Rightarrow a-b=-8$.

**Câu 19:** Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất $50\%$ số linh kiện, dây chuyền B sản xuất $30\%$ và dây chuyền C sản xuất $20\%$ số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là $2\%$, $3\%$ và $1\%$. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi các biến cố:

$A$: “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền A”

$B$: “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền B”

$C$: “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền C”

$D$: "Linh kiện là phế phẩm".

Dựa vào dữ liệu đề bài ta có: $P(A)=0.5$; $P(B)=0.3$; $P(C)=0.2$; $P(D\mid A)=0.02$

$P(D\mid B)=0.03$; $P(D\mid C)=0.01$.

Xác suất để sản xuất một linh kiện phế phẩm là:

$P(D)=P(A).P(D\mid A)+P(B).P(D\mid B)+P(C).P(D\mid C)=0,5.0,02+0,3.0,03+0,2.0,01=0,021$.

Nếu chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là: $P(A\mid D)=P(A).\dfrac{P(D\mid A)}{P(D)}=0,5.\dfrac{0,02}{0,021}\simeq 0,48$.

**Câu 20:** Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là $60\%$, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là $25\%$ và $5\%$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

**Lời giải**

Gọi $A$ là biến cố: " Chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ Hip hop " và $B$ là biến cố: "Chọn được học sinh nam". Khi đó ta cần tính $P(B\mid A)$.

Ta có $P(\overline{B})=0,6$, $P(B)=0,4$ và $P(A\mid B)=0,25$, $P(A\mid \overline{B})=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(\overline{B})P(A\mid \overline{B})=0,4.0,25+0,6.0,05=0,13$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có :

$$P(B\mid A)=\frac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\frac{0,4.0,25}{0,13}\approx 0.77\,.$$

**Câu 21:** Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có $6\%$ những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu ( làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Xét các biến cố :

$A$: "Người được chọn mắc bệnh X";

$B$: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Khi đó, $P(A)=0,002$; $P(\overline{A})=1-0,002=0,998$; $P(B\mid A)=1$; $P(B\mid \overline{A})=0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}=\dfrac{0,002.1}{0,06188}\approx 0,03$.

**Câu 22:** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có $5$ vận động viên, đội II có $7$ vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là $0,65$ và $0,55$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**

Xét các biến cố sau:

$A$: "Vận động viên được chọn thuộc đội I";

$B$: "Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng".

Khi đó, $P(A)=\frac{5}{12}; P(\overline{A})=\frac{7}{12}; P(B|A)=0,65; P(B|\overline{A})=0,55.$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là: $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{5}{12}.0,65+\frac{7}{12}.0.55=\frac{71}{120}.$

Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội I là: $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{\frac{5}{12}.0,65}{\frac{71}{120}}\approx 0,46.$

**-----------------HẾT-----------------**