



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



LÝ THUYẾT.

I. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN:

1. Định nghĩa

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$

2. Công thức tính xác suất có điều kiện:

Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì

$$+ P(A|B) = P(A) \text{ và } P(B|A) = P(B).$$

$$+ P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) \text{ và } P(A|\bar{B}) = P(A).$$

II. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT:

Cho hai biến cố A và B bất kì, khi đó ta có công thức nhân xác suất:

$$P(AB) = P(B).P(A|B) = P(A).P(B|A).$$

Trong đó biến cố AB là biến cố cả A và B cùng xảy ra.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

$$1. \text{ Xác suất điều kiện: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$2. \text{ Công thức nhân xác suất: } P(A \cap B) = P(A).P(A|B) = P(B).P(B|A)$$

✓ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B}) \quad P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

✓ **Chú ý 2:**

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$\gg P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A) \quad P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

» Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.

✓ **Chú ý 3:** Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

DẠNG 1. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG CÔNG THỨC.

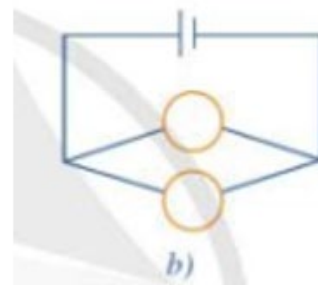
Phương pháp

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

- Câu 1:** Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.
- Câu 2:** Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(A\bar{B})$ và $P(A|B)$.
- Câu 3:** Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\bar{B})$.
- Câu 5:** Có hai linh kiện điện tử xác suất để mỗi linh kiện hỏng trong một thời điểm bất kì lần lượt là 0,02 và 0,03? Hai linh kiện đó được lắp vào một mạch điện theo sơ đồ sau. Trong mỗi trường hợp, tính xác suất để trong mạch điện có dòng điện chạy qua.



- Câu 6:** Một hộp chứa ba viên bi màu đỏ, xanh và vàng. Bạn Minh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên từ hộp, bỏ viên đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Xét các biến cố:
- A : “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ”;
 B : “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu xanh”;
 C : “Viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng”.
- a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Viết tập hợp các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A , B , C .
- b) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ.
- c) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu vàng.

- Câu 7:** Xét phép thử lấy bi ở Ví dụ 1. Gọi D là biến cố “Thẻ lấy ra lần thứ hai không là màu đỏ”. Tính $P(D|A)$ và $P(D|B)$.
- Câu 8:** Mỗi học sinh của lớp $10A_1$ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng sĩ số của lớp $10A_1$ có 40, 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông. Chọn ngẫu nhiên 1 em của lớp $10A_1$, tính xác suất em được chọn biết chơi đá cầu, biết rằng em đó biết chơi cầu lông.
- Câu 9:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.
a) Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.
b) Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.
- Câu 10:** Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,35$, $P(B)=0,55$ và $P(A|B)=0,4$. Tính $P(\overline{AB})$, $P(\overline{AB})$ và $P(\overline{A}|B)$
- Câu 11:** Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.
- Câu 12:** Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:
Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60% .
Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90% .
Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15% .
Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?
- Câu 13:** Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.
Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.
Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.
Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.
Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?
- Câu 14:** Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.
- Câu 15:** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.
- Câu 16:** Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.
Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;
và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.
Tính $P(A|B)$.

- Câu 17:** Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?
- Câu 18:** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.
- Câu 19:** Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng 0,7, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng 0,8, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng 0,5. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.
- Câu 20:** Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$ bằng định nghĩa và công thức.
- Câu 21:** Chứng tỏ rằng nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ và $P(A|\bar{B}) = P(A)$.
- Câu 22:** Một công ty dược phẩm muốn so sánh tác dụng điều trị bệnh X của hai loại thuốc M và N. Công ty đã tiến hành thử nghiệm với 4 000 bệnh nhân mắc bệnh X trong đó 2 400 bệnh nhân dùng thuốc M, 1 600 bệnh nhân còn lại dùng thuốc N. Kết quả được cho trong bảng dữ liệu thống kê 2 x 2 như sau:

Uống thuốc	M	N
Kết quả		
Khỏi bệnh	1 600	1 200
Không khỏi bệnh	800	400

Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 4 000 bệnh nhân thử nghiệm sau khi uống thuốc. Tính xác suất để bệnh nhân đó

- uống thuốc M, biết rằng bệnh nhân đó khỏi bệnh;
- uống thuốc N, biết rằng bệnh nhân đó không khỏi bệnh.

- Câu 23:** Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để:
- Sơn lấy được bút bi xanh và Tùng lấy được bút bi đen.
 - Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu.
- Câu 24:** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.
- Câu 25:** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt 5 chấm.
- Câu 26:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

Câu 27: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Câu 28: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

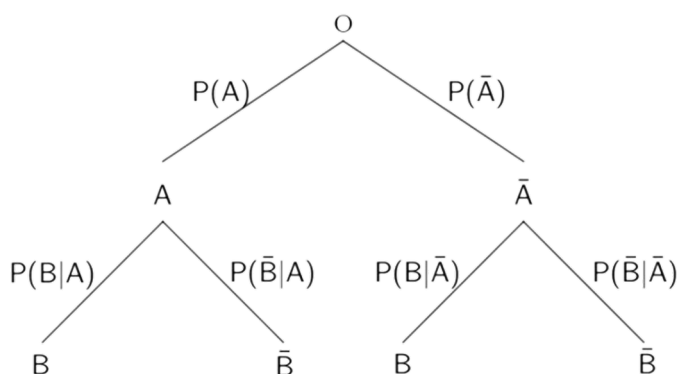
DẠNG 2. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



Câu 29: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “Ngày có mưa” và B là biến cố “Ngày có sương mù”.

Vẽ sơ đồ cây để tính các xác suất sau:

a) Ngày có mưa nhưng không có sương mù.

b) Ngày không mưa và có sương mù.

Câu 30: Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

A : “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”;

B : “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”.

Câu 31: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

Câu 32: Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

» Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;

» Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

Câu 33: Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện, máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.

a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.



Câu 34: Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) *C*: “Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ”.

b) *D*: “Số lượng học sinh nam nữ ở hai tổ là không đổi”.

Câu 35: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 64% tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có 85% sản phẩm của chi nhánh I và 80% sản phẩm của chi nhánh II đạt loại **A**. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) *C*: “Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A”.

b) *D*: “Sản phẩm chi nhánh II và không đạt loại A”.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



LÝ THUYẾT.

I. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN:

1. Định nghĩa

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$

2. Công thức tính xác suất có điều kiện:

Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì

$$+ P(A|B) = P(A) \text{ và } P(B|A) = P(B).$$

$$+ P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) \text{ và } P(A|\bar{B}) = P(A).$$

II. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT:

Cho hai biến cố A và B bất kì, khi đó ta có công thức nhân xác suất:

$$P(AB) = P(B).P(A|B) = P(A).P(B|A).$$

Trong đó biến cố AB là biến cố cả A và B cùng xảy ra.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

$$1. \text{ Xác suất điều kiện: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$2. \text{ Công thức nhân xác suất: } P(A \cap B) = P(A).P(A|B) = P(B).P(B|A)$$

✓ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

$$\gg P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$

$$\gg P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

✓ **Chú ý 2:**

$$\gg P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\gg P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$\gg P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$$

$$\gg P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

» Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.

✓ **Chú ý 3:**

» Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

DẠNG 1. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG CÔNG THỨC.

Phương pháp

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 1: Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”

Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học là $\frac{3}{10}$.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$.

Lời giải

Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$

Theo công thức nhân xác suất $P(\overline{AB}) = P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,3.0,5 = 0,15$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = A$ nên suy ra

$$P(AB) = P(A) - P(\overline{AB}) = 0,6 - 0,15 = 0,45$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,7} = \frac{9}{14}$$

Câu 3: Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng” và B là biến cố “Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá”.

Ta có $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,2$.

Ta có $B \subset A$ nên $P(BA) = P(B) = 0,2$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8.$$

Câu 4: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\overline{B})$.

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,6$ suy ra $P(\overline{B}) = 0,4$ và $P(AB) = P(B).P(A|B) = 0,6.0,7 = 0,42$.

Vì AB và $A\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup A\overline{B} = A$ nên ta có:

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,42 = 0,38.$$

$$\text{Vậy } P(A|\overline{B}) = \frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,38}{0,4} = 0,95.$$

Câu 5: Có hai linh kiện điện tử xác suất để mỗi linh kiện hỏng trong một thời điểm bất kì lần lượt là 0,02 và 0,03? Hai linh kiện đó được lắp vào một mạch điện theo sơ đồ sau. Trong mỗi trường hợp, tính xác suất để trong mạch điện có dòng điện chạy qua.



Lời giải

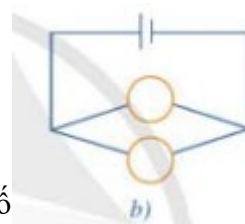
Gọi A là biến cố “linh kiện 1 hoạt động tốt”, B là biến cố “linh kiện 2 hoạt động tốt”.

$$\Rightarrow P(A) = 0,98; P(B) = 0,97$$

Trong trường hợp a (mạch mắc nối tiếp), để có dòng điện chạy qua trong mạch thì cả 2 linh kiện đều phải hoạt động tốt, do đó, xác suất để có dòng điện chạy qua là:

$$P(AB) = 0,98.0,97 = 0,9506$$

Trong trường hợp b (mạch mắc song song), để có dòng điện chạy qua trong mạch thì chỉ cần 1 trong 2 linh kiện hoạt động tốt nên xác suất để có dòng điện chạy qua là:



$$1 - P(\overline{AB}) = 1 - 0,02.0,03 = 0,9994$$

Câu 6: Một hộp chứa ba viên bi màu đỏ, xanh và vàng. Bạn Minh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên từ hộp, bỏ viên đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Xét các biến cố:

A : “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ”;

B : “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu xanh”;

C : “Viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng”.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Viết tập hợp các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A , B , C .

b) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ.

c) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu vàng.

Lời giải

a) Không gian mẫu của phép thử:

$$Q = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{xanh}; \text{đỏ}); (\text{xanh}; \text{vàng}); (\text{vàng}; \text{đỏ}); (\text{vàng}; \text{xanh})\},$$

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng})\}$.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $\{(\text{xanh}; \text{đỏ}); (\text{xanh}; \text{vàng})\}$.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: $\{(\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{xanh}; \text{vàng})\}$.

b) Xác suất cần tìm là $P(C | A)$. Khi biến cố A xảy ra thì kết quả của phép thử là (đỏ; xanh) hoặc (đỏ; vàng). Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả (đỏ; vàng) là thuận lợi cho biến cố C .

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(C | A) = \frac{1}{2}.$$

c) Xác suất cần tìm là $P(C | B)$. Khi biến cố B xảy ra thì kết quả của phép thử là (xanh; đỏ) hoặc (xanh; vàng). Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả (xanh; vàng) là thuận lợi cho biến cố C .

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(C | B) = \frac{1}{2}.$$

Câu 7: Xét phép thử lấy bi ở Ví dụ 1. Gọi D là biến cố “Thẻ lấy ra lần thứ hai không là màu đỏ”. Tính $P(D|A)$ và $P(D|B)$.

Lời giải

Ta có $D = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{xanh}; \text{vàng}); (\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{vàng}; \text{xanh})\}$,

Khi đó $D|A = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng})\}$,

và $D|B = \{(\text{vàng}; \text{xanh})\}$,

Vậy $P(D|A) = \frac{2}{2} = 1$ và $P(D|B) = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Mỗi học sinh của lớp $10A_1$ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng số của lớp $10A_1$ có 40, 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông. Chọn ngẫu nhiên 1 em của lớp $10A_1$, tính xác suất em được chọn biết chơi đá cầu, biết rằng em đó biết chơi cầu lông.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi đá cầu” và B là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi cầu lông”.

Số em của lớp $10A_1$ biết chơi cả hai môn là $25 + 30 - 40 = 15$.

Do đó, trong số 25 thành viên biết chơi đá cầu, có đúng 15 thành viên biết chơi cầu lông.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A|B) = \frac{15}{30} = 0,5$.

Câu 9: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.

a) Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.

b) Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông”, B là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 40 tuổi”. Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 52% người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông nên $P(A) = 0,52$.

Do có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi nên $P(AB) = 0,39$.

Vậy $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,39}{0,52} = 0,75$.

b) Trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô thì có 75% người trên 40 tuổi.

Câu 10: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,55$ và $P(A|B) = 0,4$. Tính $P(\overline{AB})$, $P(\overline{AB})$ và $P(\overline{A}|B)$

Lời giải

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(B)P(A|B) = 0,22$.

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,33$.

$$P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,13.$$

$$P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{AB})}{P(B)} = \frac{0,33}{0,55} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Câu 11: Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Ba bạn được chọn có cùng giới tính” và B là biến cố “Có ít nhất 1 bạn nữ được chọn”. Ta cần tính $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

$$\text{Biến cố } AB: \text{ “Ba bạn được chọn đều là nữ”}. \text{ Do đó } P(AB) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{44}.$$

$$\text{Biến cố } \overline{B} \text{ là “Ba bạn được chọn đều là nam”}. \text{ Do đó } P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{21}{22}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{6}.$$

Câu 12: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn”.

B : “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

AB : “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 15\% = 0,15$

$$P(B) = 90\% = 0,9$$

$$P(A) = 60\% = 0,6$$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn, biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng cách là

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6}$$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\frac{0,6}{\frac{1}{6}} = 3,6$ lần.

Câu 13: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức dậy đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 20\% = 0,2$.

$$P(B) = 30\% = 0,3.$$

$$P(A) = 10\% = 0,1.$$

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là $\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67$ lần.

Câu 14: Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

Lời giải

Gọi A : “lần 1 bốc được bi trắng”

và B : “lần 2 bốc được bi đỏ”

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{8.9}{10.9} = \frac{4}{5}; P(A \cap B) = \frac{8.2}{10.9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$

Câu 15: Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu

xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A: “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”

và B: “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

Câu 16: Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;

và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.

Tính $P(A|B)$.

Lời giải

$$n(\Omega) = 40.39.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 39 cách chọn từ 39 viên bi còn lại.

$$\text{Do đó } n(B) = 10.39 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 30 cách chọn bi trắng từ 30 viên bi trắng.

$$\text{Do đó } n(AB) = 10.30 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{10.30}{10.39} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}.$$

Câu 17: Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

Lời giải

Gọi A: “Người được chọn là nam”.

và B: “Người được chọn là người phải trực”.

$$\text{Ta có: } \bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ”} \Rightarrow n(\bar{A}) = 30 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

$$\overline{BA}: \text{“Người được chọn là nữ gần cơ quan”} \Rightarrow n(\overline{BA}) = 20 \Rightarrow P(\overline{BA}) = \frac{n(\overline{BA})}{n(\Omega)} = \frac{2}{10}.$$

Xác suất người được chọn là nữ và là người trực cơ quan là:

$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{BA})}{P(\overline{A})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 18: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

Lời giải

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A: “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”

và B: “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 19: Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng 0,7, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng 0,8, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng 0,5. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố khẩu thứ nhất bắn trúng ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố có đúng hai khẩu bắn trúng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(B) &= P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3 \cup \overline{A_1} A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \overline{A_3}) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(\overline{A_1} A_2 A_3) \\ &= P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) \\ &= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,47. \end{aligned}$$

Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng khi chỉ có 2 viên trúng mục tiêu:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 B)}{P(B)} = \frac{P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,47} = \frac{35}{47}.$$

Câu 20: Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một

viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$ bằng định nghĩa và công thức.

Lời giải

Cách 1: Bằng định nghĩa.

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen. Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29}$.

Cách 2: Bằng công thức.

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen.

Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 29 cách chọn từ 29 viên bi còn lại.

Vậy $n(\bar{B}) = 10 \cdot 29$ và $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)}$.

Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 20 cách chọn bi trắng.

Vậy $n(A\bar{B}) = 20 \cdot 10$ và $P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{n(\Omega)}$.

Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(A\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{20 \cdot 10}{10 \cdot 29} = \frac{20}{29}$.

Câu 21: Chứng tỏ rằng nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ và $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Lời giải

*) Chứng minh $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.

Ta có $P(\bar{A}|B)$ là xác suất của $\bar{A}$ biết rằng biến cố B đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và B độc lập, tức là việc xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất không xuất hiện của A . Do đó $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.

*) Chứng minh $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Tương tự $P(A|\bar{B})$ là xác suất của A biết rằng biến cố $\bar{B}$ đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên A và $\bar{B}$ độc lập, tức là việc không xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất xuất hiện của A . Do đó $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Câu 22: Một công ty dược phẩm muốn so sánh tác dụng điều trị bệnh X của hai loại thuốc M và N. Công ty đã tiến hành thử nghiệm với 4 000 bệnh nhân mắc bệnh X trong đó 2 400 bệnh nhân dùng thuốc M, 1 600 bệnh nhân còn lại dùng thuốc N. Kết quả được cho trong bảng dữ liệu thống kê 2×2 như sau:

	Uống thuốc	M	N
Kết quả			
Khỏi bệnh		1 600	1 200
Không khỏi bệnh		800	400

Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 4 000 bệnh nhân thử nghiệm sau khi uống thuốc. Tính xác suất để bệnh nhân đó

- uống thuốc M, biết rằng bệnh nhân đó khỏi bệnh;
- uống thuốc N, biết rằng bệnh nhân đó không khỏi bệnh.

Lời giải

Không gian mẫu Ω là tập hợp 4 000 bệnh nhân.

- Gọi A là biến cố “Bệnh nhân đó uống thuốc M”. B là biến cố “Bệnh nhân đó khỏi bệnh”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có B là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân khỏi bệnh. Do đó:

$$n(B) = 1600 + 1200 = 2800; P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)}.$$

AB là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc M và khỏi bệnh”. AB là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc M và khỏi bệnh.

$$\text{Ta có: } n(AB) = 1600; P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{1600}{2800} = \frac{4}{7}.$$

- $\bar{B}$ là biến cố “Bệnh nhân đó không khỏi bệnh”. $\bar{A}$ là biến cố “Bệnh nhân đó uống thuốc N”.

Ta cần tính $P(\bar{A}|\bar{B})$.

Ta có $\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân không khỏi bệnh.

$$\text{Vậy: } n(\bar{B}) = 800 + 400 = 1200.$$

$\bar{A}\bar{B}$ là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc N và không khỏi bệnh”, $\bar{A}\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc N và không khỏi bệnh, suy ra

$$n(\bar{A}\bar{B}) = 400.$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(\bar{A}\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}.$$

Câu 23: Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để:

- Sơn lấy được bút bi xanh và Tùng lấy được bút bi đen.

b) Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Bạn Sơn lấy được bút bi xanh”

Gọi B là biến cố: “Bạn Tùng lấy được bút bi đen”

a)

Ta cần tính $P(AB)$

Ta có $n(A) = 7$ nên $P(A) = \frac{7}{12}$

Nếu A xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi xanh thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 5 chiếc bút bi đen. Vậy $P(B|A) = \frac{5}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$

b)

Trường hợp 1: Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu đen

$\bar{A}$ là biến cố: “Bạn Sơn lấy được bút bi đen”

Ta cần tính $P(\bar{A}B)$

Ta có $n(\bar{A}) = 5$ nên $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$

Nếu $\bar{A}$ xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi đen thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 4 chiếc bút bi đen. Vậy $P(B|\bar{A}) = \frac{4}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$

Trường hợp 2: Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu xanh

$\bar{B}$ là biến cố: “Bạn Tùng lấy được bút bi xanh”

Ta cần tính $P(A\bar{B})$

Ta có $P(A) = \frac{7}{12}$

Nếu A xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi xanh thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 6 chiếc bút bi xanh. Vậy $P(\bar{B}|A) = \frac{6}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$

Vậy xác suất để hai chiếc bút lấy ra có cùng màu là $\frac{5}{33} + \frac{7}{22} = \frac{31}{66}$

Câu 24: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ hai”.

Ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A).P(B | A)$

Vì có 30 viên bi trắng trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi trắng đã được lấy ra ở lần thứ nhất, còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó bi xanh là 20 viên bi. Do đó $P(B | A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B | A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$.

Câu 25: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt 5 chấm.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ít nhất một con đã có mặt 5 chấm”

Gọi B là biến cố: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”.

Ta có: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$.

Biến cố B có các trường hợp $\{(4; 6), (6; 4), (5; 6), (6; 5), (6; 6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5; 6), (6; 5), (6; 6)\}$ có xác suất là

Vậy $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}$.

Câu 26: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được

lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

Lời giải

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}.$$

Câu 27: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17}.$$

Câu 28: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

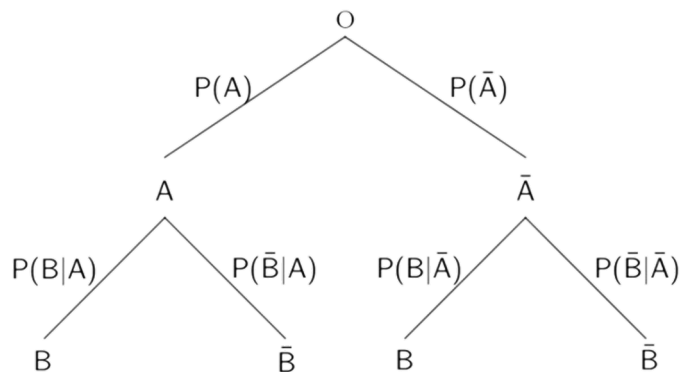
DẠNG 2. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



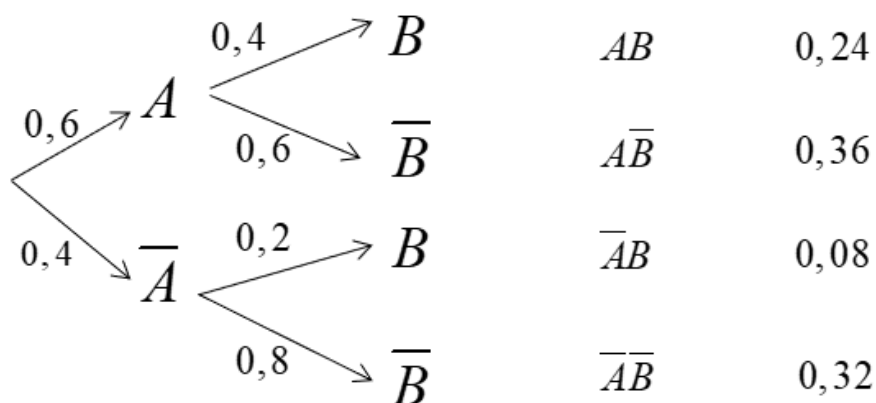
Câu 29: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “Ngày có mưa” và B là biến cố “Ngày có sương mù”.

Vẽ sơ đồ cây để tính các xác suất sau:

- Ngày có mưa nhưng không có sương mù.
- Ngày không mưa và có sương mù.

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau



Dựa vào sơ đồ cây, ta có:

a) Xác suất để ngày có mưa nhưng không có sương mù là $P(A\bar{B}) = 0,6.0,6 = 0,36$

b) Xác suất để ngày không mưa và có sương mù là $P(\bar{A}B) = 0,4.0,2 = 0,08$

Câu 30: Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là $0,6$ và của mỗi bạn học sinh nam là $0,7$. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

A : “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”;

B : “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”.

Lời giải

Gọi M là biến cố “Bạn được chọn là nữ”;

N là biến cố “Bạn được chọn học tiếng Anh”.

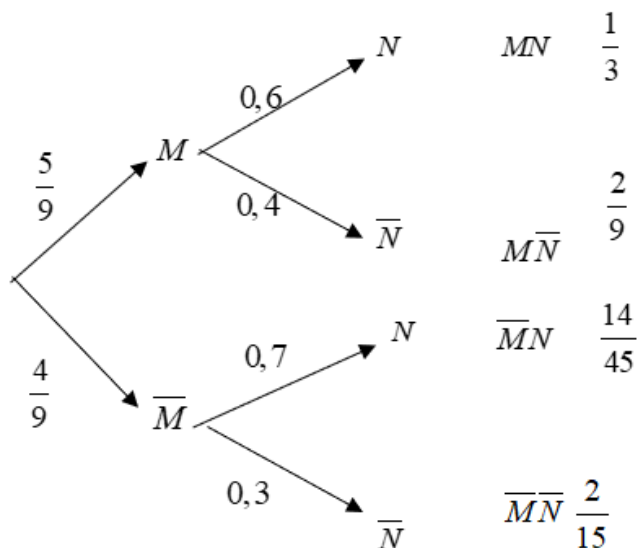
Ta có $P(M) = \frac{C_{25}^1}{C_{45}^1} = \frac{5}{9}$; $P(N|M) = 0,6$; $P(N|\bar{M}) = 0,7$.

Suy ra $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = \frac{4}{9}$;

$P(\bar{N}|M) = 1 - P(N|M) = 0,4$;

$P(\bar{N}|\bar{M}) = 1 - P(N|\bar{M}) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây



Dựa vào sơ đồ hình cây, ta có: $P(A) = \frac{2}{15}$; $P(B) = \frac{1}{3}$.

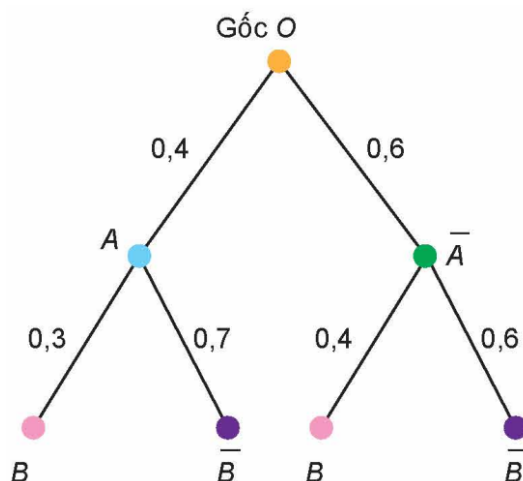
Câu 31: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

Lời giải

Kí hiệu A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";

Và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $OA\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\bar{A})$;

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$;

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$.

Vậy: $P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36$.

Câu 32: Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

» Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;

» Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

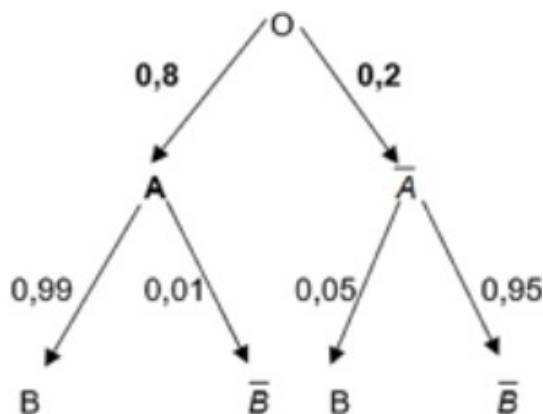
Lời giải

Với A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;

Và $\bar{A}$ là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không đạt tiêu chuẩn”.

Khi đó, $\bar{B}$ là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK”.

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Có hai nhánh cây đi tới $\bar{B}$ là $O\bar{A}\bar{B}$ và OAB .

Vậy: $P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,01 + 0,2 \cdot 0,95 = 0,198$.

Câu 33: Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện, máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.

a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.



Hình 5

Lời giải

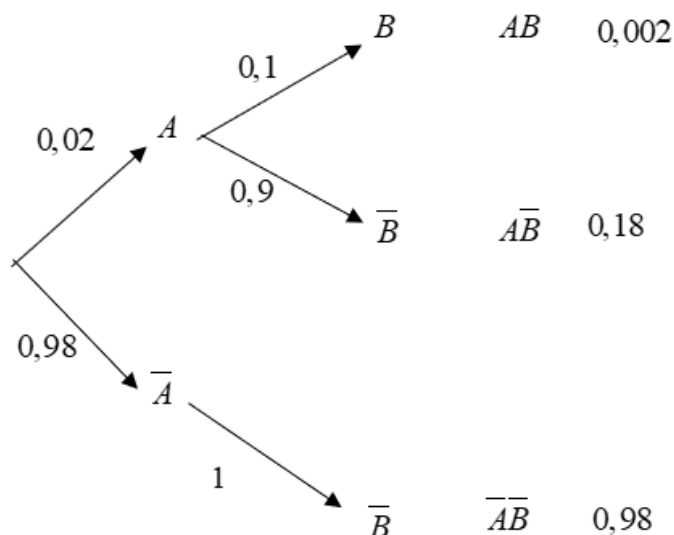
Gọi A là biến cố “UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện”.

B là biến cố “Máy tính bị hỏng”.

Ta có $P(A) = 0,02$; $P(B|A) = 0,1$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,9$.

Ta có sơ đồ cây như sau:



Dựa vào sơ đồ cây ta có:

a) $P(\bar{AB}) = 0,98$.

b) $P(AB) = 0,002$.

Câu 34: Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) C : “Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ”.

b) D : “Số lượng học sinh nam nữ ở hai tổ là không đổi”.

Lời giải

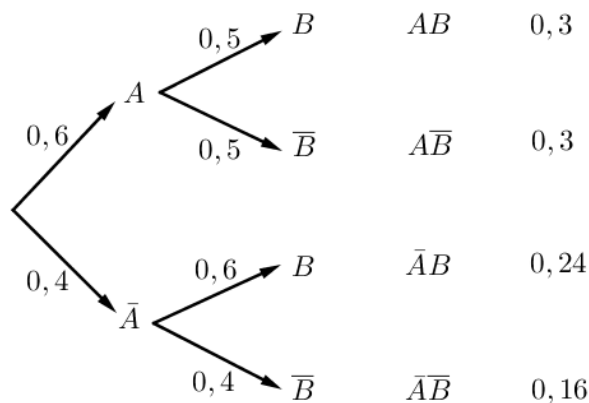
a) Để tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ khi có 1 bạn nam chuyển từ tổ I sang tổ II và 1 bạn nữ chuyển từ tổ II sang tổ I.

Gọi A là biến cố “Bạn chuyển từ tổ I sang tổ II là bạn nam” và B là biến cố “Bạn chuyển từ tổ II sang tổ I là bạn nữ”.

Ta có: $P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = \frac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,5$.

$P(\bar{A}) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây:



$$\Rightarrow P(C) = P(AB) = 0,3.$$

b) Ta có: $D = A\bar{B} \cup \bar{A}B \Rightarrow P(D) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = 0,54.$

Câu 35: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 64% tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có 85% sản phẩm của chi nhánh I và 80% sản phẩm của chi nhánh II đạt loại A. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) C: “Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A”.

b) D: “Sản phẩm chi nhánh II và không đạt loại A”.

Lời giải

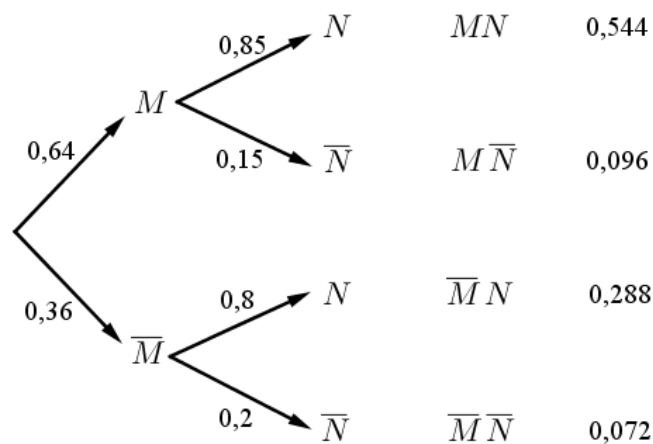
Gọi M là biến cố “Sản phẩm được chọn của chi nhánh I”;

N là biến cố “Sản phẩm được chọn loại A”.

Ta có: $P(M) = 64\% = 0,64$; $P(N|M) = 85\% = 0,85 \Rightarrow P(\bar{N}|M) = 0,15.$

$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 0,36$; $P(N|\bar{M}) = 80\% = 0,8 \Rightarrow P(\bar{N}|\bar{M}) = 0,2.$

Ta có sơ đồ hình cây:



$$\Rightarrow P(C) = P(MN) = 0,544.$$

b) Ta có: $D = \bar{M}\bar{N} \Rightarrow P(D) = P(\bar{M}\bar{N}) = 0,072.$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Xác định biến cố $C = B|A$: "biến cố B với điều kiện biết A đã xảy ra".

A. $B|A = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$

B. $B|A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

C. $B|A = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$

D. $B|A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

Câu 2: Một con xúc xắc cân đối, đánh số từ 1 đến 6, được gieo 2 lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A : "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn",

B : "Số chấm ở lần gieo thứ nhất là số lẻ",

Xác định biến cố A khi biết B đã xảy ra.

A. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

B. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5),$
 $(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

C. $A|B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

D. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

Câu 3: Một hộp chứa 5 quả bóng: 2 quả màu đỏ (đánh số 1 và 2), 2 quả màu xanh (đánh số 3 và 4) và 1 quả màu vàng (đánh số 5). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng liên tiếp không hoàn lại. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra đầu tiên có màu đỏ"

B : "Tổng số của hai quả bóng lấy ra là số lẻ"

Xác định $B|A$ là biến cố B khi biết A đã xảy ra.

A. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

B. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3)\}$.

C. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5)\}$.

D. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

Câu 4: Cho A, B là 2 biến cố bất kì và $P(B) > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P(AB) = P(B) + P(A|B)$. B. $P(AB) = P(B) - P(A|B)$.
C. $P(AB) = \frac{P(B)}{P(A|B)}$. D. $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$.

Câu 5: Cho hai biến A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Công thức nào sau đây đúng?

- A. $P(A|\bar{B}) = \frac{P(AB)}{P(\bar{B})}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. C. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 6: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$; $P(A \cap B) = 0,2$. Khi đó xác suất $P(\bar{A}|B)$ bằng:

- A. 0,4. B. 0,6. C. 0,75. D. 0,55.

Câu 7: Lớp 12A có 45 học sinh, trong đó có 20 nam và 25 nữ. Trong bài kiểm tra thường xuyên, có 15 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 nam và 5 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách lớp. Tính xác suất để gọi được học sinh đạt điểm giỏi, biết rằng đó là học sinh nữ?

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 8: Cho $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{1}{3}$; $P(B|A) = \frac{1}{4}$. Giá trị của $P(A|B)$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{3}{10}$.

Câu 9: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,65$. Khi đó xác suất $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{8}{13}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 11: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,9$; $P(A \cap B) = 0,5$. Tính $P(B|A)$.

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $\frac{9}{20}$.

Câu 12: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,51$; $P(B|A) = 0,8$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{16}{51}$. B. $\frac{4}{25}$. C. $\frac{51}{125}$. D. $\frac{20}{51}$.

Câu 13: Cho là 2 biến cố A, B có $P(A) = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(AB) = \frac{1}{8}$. Khi đó, xác suất $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{7}{12}$.

Câu 14: Cho hai biến cố A, B biết rằng $P(B) = 0,6$ và $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A|B)$?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 15: Trong một hộp có 3 bi trắng và 7 bi đỏ cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên và không trả lại. Tính xác suất để viên bi lấy lần thứ hai màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng?

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 16: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{3}$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{3}{50}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 17: Cho A và B là hai biến cố của cùng một phép thử. Biết $P(A|B) = 0,3$; $P(AB) = 0,2$. Khi đó $P(B)$ bằng

- A. $\frac{3}{50}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 18: Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

- A. 0,5 B. 0,333 C. 0,2 D. 0,667

Câu 19: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A)$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 20: Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

- A. $\frac{3}{29}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{4}{30}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 21: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

- A. 0,18. B. 0,42. C. 0,24. D. 0,02.

Câu 22: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 23: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\overline{A})$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 24: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

- Câu 25:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\bar{B} | A)$.
- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 26:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.
- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 27:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8$, $P(B)=0,65$, $P(A \cap \bar{B})=0,55$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.
- A. 0,25. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,35.
- Câu 28:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.
- A. $\frac{2}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.
- Câu 29:** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 30:** Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.
- Câu 31:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8$, $P(B)=0,65$, $P(A \cap \bar{B})=0,55$. Tính $P(A \cap B)$.
- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.
- Câu 32:** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.
- A. 0,28. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,18.
- Câu 33:** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.
- A. 0,6. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,3.
- Câu 34:** Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.
- A. 0,4. B. 0,7. C. 0,28. D. 0,6.
- Câu 35:** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.
- Câu 36:** Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?
- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{21}{80}$.

- Câu 37:** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.
- Câu 38:** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?
- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.
- Câu 39:** Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.
- Câu 40:** Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,1997, P(B) = 0,1994$. Tính $P(A|B)$.
- A. 0,1963. B. 0,1972. C. 0,1994. D. 0,1997.
- Câu 41:** Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2025, P(B) = 0,2026$. Tính $P(B|\bar{A})$.
- A. 0,2026. B. 0,2025. C. 0,7974. D. 0,7975.
- Câu 42:** Một hộp kín có 10 thẻ màu đỏ và 15 thẻ màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ, không trả lại. Xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ.
- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{15}{24}$.
- Câu 43:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6, P(B) = 0,8, P(A \cap B) = 0,4$. Tính $P(B|A)$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.
- Câu 44:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6, P(B) = 0,8, P(AB) = 0,4$. Tính $P(\bar{A}|B)$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.
- Câu 45:** Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là
- A. 0,8. B. 0,7. C. 0,75. D. 0,6.
- Câu 46:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,85, P(B) = 0,7, P(\bar{A}\bar{B}) = 0,58$. Tính $P(\bar{A}B)$.
- A. 0,39. B. 0,37. C. 0,43. D. 0,52.
- Câu 47:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

- Câu 48:** Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{9}{11}$.
- Câu 49:** Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Ban Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là
- A. $\frac{1}{458}$. B. $\frac{1}{285}$. C. $\frac{1}{870}$. D. $\frac{1}{435}$.
- Câu 50:** Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.
- A. 0,53. B. 0,75. C. 0,48. D. 0,84.
- Câu 51:** Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.
- A. 0,93. B. 0,0637. C. 0,8463. D. 0,7735.
- Câu 52:** Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?
- A. 0,56. B. 0,14. C. 0,16. D. 0,65.
- Câu 53:** Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là
- A. 54. B. 90. C. 100. D. 50.
- Câu 54:** Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.
- Câu 55:** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 56:** Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.
- Câu 57:** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 10, biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.
- A. $\frac{6}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{3}{11}$.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Xác định biến cố $C = B | A$: "biến cố B với điều kiện biết A đã xảy ra".

A. $B | A = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$

B. $B | A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

C. $B | A = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$

D. $B | A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

Lời giải

$\square A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}.$

$\square B = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}.$

Khi biến cố B xảy ra, thì không gian mẫu mới là B . Khi đó, biến cố

$C = B | A = A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}.$

Câu 2: Một con xúc xắc cân đối, đánh số từ 1 đến 6, được gieo 2 lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A : "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn",

B : "Số chấm ở lần gieo thứ nhất là số lẻ",

Xác định biến cố A khi biết B đã xảy ra.

A. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

B. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5),$
 $(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

C. $A | B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

D. $A | B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

Lời giải

Khi B đã xảy ra, nghĩa là lần gieo đầu tiên ra số lẻ (1, 3 hoặc 5).

Do đó, không gian mẫu mới là

$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$

$$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$

Khi đó, biến cố A khi biết B đã xảy ra là

$$A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

Câu 3: Một hộp chứa 5 quả bóng: 2 quả màu đỏ (đánh số 1 và 2), 2 quả màu xanh (đánh số 3 và 4) và 1 quả màu vàng (đánh số 5). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng liên tiếp không hoàn lại. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra đầu tiên có màu đỏ"

B : "Tổng số của hai quả bóng lấy ra là số lẻ"

Xác định $B|A$ là biến cố B khi biết A đã xảy ra.

A. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

B. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3)\}$.

C. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5)\}$.

D. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

Lời giải

Khi A đã xảy ra, nghĩa là quả bóng đầu tiên lấy ra có màu đỏ (số 1 hoặc 2). Do đó, không gian mẫu mới là $\Omega' = A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5)\}$.

Biến cố B khi biết A đã xảy ra là $B|A = A \cap B = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}$.

Câu 4: Cho A, B là 2 biến cố bất kì và $P(B) > 0$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(AB) = P(B) + P(A|B)$.

B. $P(AB) = P(B) - P(A|B)$.

C. $P(AB) = \frac{P(B)}{P(A|B)}$.

D. $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$.

Lời giải

Từ định nghĩa xác suất có điều kiện với $P(B) > 0$ là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

Từ đó suy ra $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$

Câu 5: Cho hai biến A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Công thức nào sau đây đúng?

A. $P(A|\bar{B}) = \frac{P(AB)}{P(\bar{B})}$.

B. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.

C. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

D. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Lời giải

Công thức có điều kiện là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 6: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$; $P(A \cap B) = 0,2$. Khi đó xác suất $P(\bar{A}|B)$ bằng:

A. 0,4.

B. 0,6.

C. 0,75.

D. 0,55.

Lời giải

$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,2}{0,5} = 0,6.$$

Câu 7: Lớp 12A có 45 học sinh, trong đó có 20 nam và 25 nữ. Trong bài kiểm tra thường xuyên, có 15 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 nam và 5 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách lớp. Tính xác suất để gọi được học sinh đạt điểm giỏi, biết rằng đó là học sinh nữ?

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Gọi A : “Gọi được học sinh nữ”, B : “Gọi được học sinh đạt điểm giỏi”.

Khi đó $B|A$: “Gọi được sinh viên nữ đạt điểm giỏi”.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{5}{45} : \frac{25}{45} = \frac{1}{5}.$$

Câu 8: Cho $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{1}{3}$; $P(B|A) = \frac{1}{4}$. Giá trị của $P(A|B)$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{1}{10} : \frac{1}{3} = \frac{3}{10}.$$

Câu 9: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 10: Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,65$. Khi đó xác suất $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{8}{13}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = \frac{0,4 \cdot 0,65}{0,65} = 0,4.$$

Câu 11: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,9$; $P(A \cap B) = 0,5$. Tính $P(B|A)$.

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $\frac{9}{20}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,5}{0,7} = \frac{5}{7}.$$

Câu 12: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,51$; $P(B|A) = 0,8$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{16}{51}$. B. $\frac{4}{25}$. C. $\frac{51}{125}$. D. $\frac{20}{51}$.

Lời giải

Ta có $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16$.

Do đó, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,16}{0,51} = \frac{16}{51}$.

Câu 13: Cho là 2 biến cố A, B có $P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{1}{2}; P(AB) = \frac{1}{8}$. Khi đó, xác suất $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$

Câu 14: Cho hai biến cố A, B biết rằng $P(B) = 0,6$ và $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A|B)$?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{2}{3}$

Câu 15: Trong một hộp có 3 bi trắng và 7 bi đỏ cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên và không trả lại. Tính xác suất để viên bi lấy lần thứ hai màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng?

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng”, $P(A) = \frac{3}{10}$

Gọi B là biến cố: “Viên bi lấy lần thứ hai màu đỏ”,

Gọi AB là biến cố: “Viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng và viên thứ hai lấy màu đỏ”,

$P(AB) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$

Suy ra xác suất để viên bi lần thứ 2 màu đỏ biết viên thứ nhất màu trắng là:

$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{9}$

Câu 16: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{3}$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{3}{50}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A).P(B)$. Khi đó

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{1}{2}$$

Câu 17: Cho A và B là hai biến cố của cùng một phép thử. Biết $P(A|B) = 0,3; P(AB) = 0,2$. Khi đó $P(B)$ bằng

A. $\frac{3}{50}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A|B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 18: Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

A. 0,5

B. 0,333

C. 0,2

D. 0,667

Lời giải

A : "học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên", thì $P(A) = 60\% = 0,6$.

B : "học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai", thì $P(B) = 40\% = 0,4$.

$A \cap B$: "học sinh làm đúng cả hai bài toán", thì $P(A \cap B) = 20\% = 0,2$.

Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0,333.$$

Câu 19: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A)$.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

Lời giải

Xác định không gian mẫu Ω và các biến cố.

$$\Omega = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$B = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3)\}$$

$$A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$$

Ta có $n(\Omega) = 12$.

$$n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \quad n(A \cap B) = 4 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 20: Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

- A.** $\frac{3}{29}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{4}{30}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Gọi A : “Sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất có chất lượng thấp”,

Và B : “Sản phẩm lấy ra ở lần thứ hai có chất lượng thấp”.

Khi đó, xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp chính là $P(B|A)$.

$$\text{Từ bài ra ta có: } n(\Omega) = 30 \cdot 29 = 870; n(B) = 4 \cdot 29 = 116 \Rightarrow P(B) = \frac{116}{870} = \frac{2}{15}$$

$$n(AB) = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow P(AB) = \frac{12}{870} = \frac{2}{145}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{145} : \frac{2}{15} = \frac{3}{29}.$$

Câu 21: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

- A.** 0,18. **B.** 0,42. **C.** 0,24. **D.** 0,02.

Lời giải

Theo công thức tính xác suất có điều kiện ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có: $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,18 = 0,42$.

Câu 22: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A.** 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.

Lời giải

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,2024$

Câu 23: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\overline{A})$.

- A.** 0,7976. **B.** 0,7975. **C.** 0,2025. **D.** 0,2024.

Lời giải

$\overline{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\overline{A}) = P(B) = 0,2025$

Câu 24: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$

Câu 25: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Câu 26: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B)$.

Mà $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot 0,7 = 0,4 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = \frac{2}{5}$

Câu 27: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

A. 0,25.

B. 0,4.

C. 0,3.

D. 0,35.

Lời giải

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Và $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,65 - 0,25 = 0,4$

Câu 28: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”

Gọi B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm thì tổng

hai lần xuất hiện là 6 chấm thì $P(B|A) = \frac{1}{6}$

Câu 29: Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(B|A)$ với $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10.9$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có cách 9 chọn, do đó $P(A) = \frac{7.9}{10.9} = \frac{7}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ trong 6 viên bi còn lại có 6 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.6}{10.9} = \frac{7}{15}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là

màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{3}$

Cách 2:

Sau khi biết viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên: gồm 3 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng màu

đỏ là $P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Câu 30: Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Cách 1:

Gọi C : “viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng”.

và D : “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(D|C)$ với $P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn

lại có 9 cách chọn, do đó $P(C) = \frac{3.9}{10.9} = \frac{3}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 9} = \frac{7}{30}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu trắng nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là

$$\text{màu đỏ là } P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{9}$$

Cách 2:

Giả sử viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên, gồm 2 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng

$$\text{là } P(B|A) = \frac{7}{9}$$

Câu 31: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A.** 0,25. **B.** 0,1. **C.** 0,15. **D.** 0,35.

Lời giải

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Câu 32: Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

- A.** 0,28. **B.** 0,7. **C.** 0,46. **D.** 0,18.

Lời giải

Gọi A là biến cố "thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố "thắng thầu dự án 2"

theo đề bài $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$ với 2 biến cố A, B độc lập

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B} + \bar{A} \cap B) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) \\ &= 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,46 \end{aligned}$$

Câu 33: Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A.** 0,6. **B.** 0,7. **C.** 0,46. **D.** 0,3.

Lời giải

Gọi D là biến cố "thắng thầu dự án thứ 2 biết thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(D) = P(B|A) = P(B) = 0,7$

Câu 34: Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7. Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A.** 0,4. **B.** 0,7. **C.** 0,28. **D.** 0,6.

Lời giải

Gọi E là biến cố "thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(E) = P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,7$

Câu 35: Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lần thứ hai lấy được thẻ ATM Vietcombank”,

B là biến cố “lần thứ nhất lấy được thẻ ATM của BIDV”.

Ta cần tìm $P(A|B)$

Sau khi lấy lần thứ nhất (biến cố B đã xảy ra) trong hộp còn lại 9 thẻ (trong đó 4 thẻ Vietcombank)

nên $P(A|B) = \frac{4}{9}$

Câu 36: Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{21}{80}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “lần thứ hai lấy được bi màu xanh”.

Ta cần tìm $P(B|A)$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 16.15$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(A) = \frac{7.9}{16.15} = \frac{7}{16}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.9}{16.15} = \frac{21}{80}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$

đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$

Câu 37: Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “nắp khoen đầu trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “nắp khoen thứ hai trúng thưởng”.

Ta đi tính $P(A \cap B)$

Khi bạn rút thăm lần đầu thì trong hộp có 20 nắp trong đó có 2 nắp trúng do đó $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

Khi biến cố A đã xảy ra thì còn lại 19 nắp trong đó có 1 nắp trúng thưởng, do đó: $P(B|A) = \frac{1}{19}$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{190}$$

Câu 38: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố "qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}$$

Câu 39: Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "gọi được sinh viên nữ"

Gọi B là biến cố "gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê",

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } n(A) = \frac{55}{95}; n(A \cap B) = \frac{11}{95}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{11}{95} : \frac{55}{95} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

Câu 40: Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,1997$, $P(B) = 0,1994$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,1963. B. 0,1972. C. 0,1994. D. 0,1997.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập $\Rightarrow P(A|B) = P(A) = 0,1997$.

Câu 41: Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2025$, $P(B) = 0,2026$. Tính $P(B|\bar{A})$.

- A. 0,2026. B. 0,2025. C. 0,7974. D. 0,7975.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}, B$ là hai biến cố độc lập

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,2026.$$

Câu 42: Một hộp kín có 10 thẻ màu đỏ và 15 thẻ màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ, không trả lại. Xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{15}{24}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ lần thứ nhất lấy được thẻ màu đỏ ”

Gọi B là biến cố “ lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh ”.

Do đó xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ là

$$P(B|A) = \frac{15}{24}.$$

Câu 43: Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$. Tính $P(B|A)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}.$$

Câu 44: Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,8$, $P(AB) = 0,4$. Tính $P(\bar{A}|B)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(AB)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}.$$

Câu 45: Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

- A. 0,8. B. 0,7. C. 0,75. D. 0,6.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 ”

Gọi B là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2 ”.

Gọi C là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 ” $\Rightarrow P(C) = P(B|A) = P(B) = 0,8$.

Câu 46: Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,85$, $P(B) = 0,7$, $P(\bar{A}B) = 0,58$. Tính $P(\bar{A}B)$.

- A. 0,39. B. 0,37. C. 0,43. D. 0,52.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) + P(\bar{A}B) = P(A) \Rightarrow P(AB) = P(A) - P(\bar{A}B) = 0,85 - 0,58 = 0,27.$$

$$\text{Lại có } P(AB) + P(\bar{A}B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,7 - 0,27 = 0,43.$$

Câu 47: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm”

Gọi B là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 3 chấm thì con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 2 chấm thì tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5 chấm $P(B|A) = \frac{1}{6}$.

Câu 48: Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đen”

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đen”.

Suy ra $A \cap B$ là biến cố “cả 2 lần lấy viên bi màu đen”.

Ta có xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{9 \cdot 12}{13 \cdot 12} = \frac{9}{13}$; $P(A \cap B) = P(AB) = \frac{9 \cdot 8}{13 \cdot 12} = \frac{6}{13}$.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là

màu đen là $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{6}{13} : \frac{9}{13} = \frac{2}{3}$.

Câu 49: Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

- A. $\frac{1}{458}$. B. $\frac{1}{285}$. C. $\frac{1}{870}$. D. $\frac{1}{435}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “thẻ thứ nhất trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “thẻ thứ hai trúng thưởng”.

Khi đó $A \cap B$ là biến cố “cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng”.

Ta có $P(A) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ và $P(B|A) = \frac{1}{29}$.

Mà $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{29} = \frac{1}{435}$.

Câu 50: Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.

- A. 0,53. B. 0,75. C. 0,48. D. 0,84.

Lời giải

Gọi A : “Học sinh đó học khá môn Toán”,

Và B : “Học sinh đó học khá môn Hóa học”.

Từ bài ra ta có $P(A) = \frac{16}{30}$, $P(B) = \frac{25}{30}$; $P(AB) = \frac{12}{30}$.

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25} = 0,48$.

Câu 51: Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm

bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

- A. 0,93. B. 0,0637. C. 0,8463. D. 0,7735.

Lời giải

Gọi A : “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”.

Và B : “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”

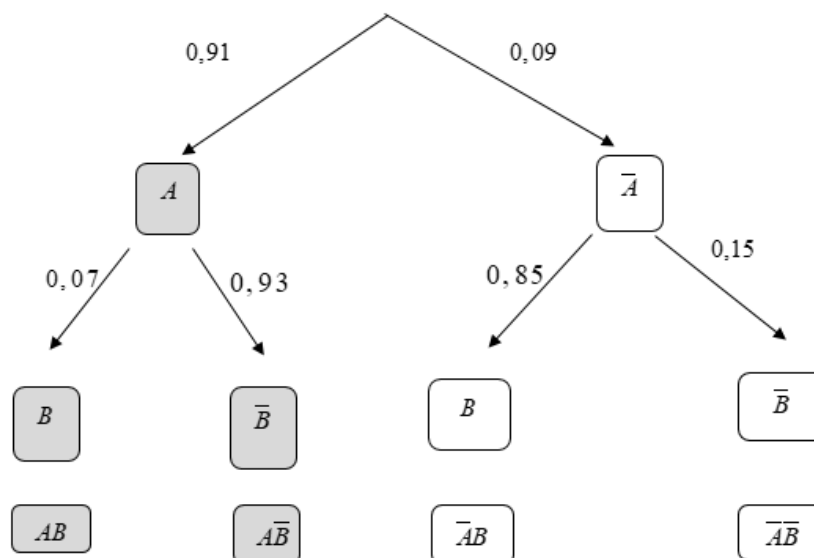
Theo bài ta có: $P(A) = 0,91$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,85$

Do đó:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,07 = 0,93$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(A\bar{B}) = 0,91 \cdot 0,93 = 0,8463$.

Câu 52: Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

- A. 0,56. B. 0,14. C. 0,16. D. 0,65.

Lời giải

Gọi A : “Làm đúng bài thứ nhất”.

Và B : “Làm đúng bài thứ hai”

Khi đó biến cố: “làm đúng cả hai bài” là AB

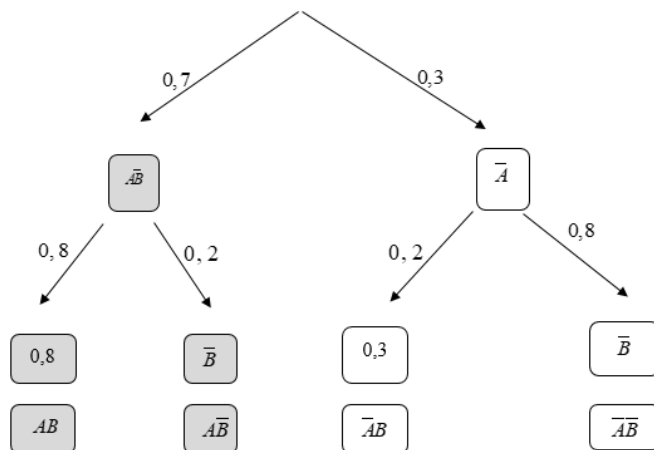
Theo bài ta có: $P(A) = 0,7$; $P(B|A) = 0,8$; $P(B|\bar{A}) = 0,2$

Do đó:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(AB) = 0,8.0,7 = 0,56$.

Câu 53: Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là

- A.** 54. **B.** 90. **C.** 100. **D.** 50.

Lời giải

Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là $n(\Omega) = 6.9 = 54$.

Câu 54: Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A.** $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{19}$. **C.** $\frac{1}{190}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Gọi A : “Bạn Minh Hiền rút thăm lần lượt hai nắp khoen mà cả hai nắp đều trúng thưởng”

Không gian mẫu $n(\Omega) = 20.19 = 380$.

Số cách thỏa mãn biến cố A là $n(A) = 2.1 = 2$.

Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{2}{380} = \frac{1}{190}$.

Câu 55: Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

- A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi A : “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”.

Và B : “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”.

Ta có: $P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}$; $P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$.

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}.$$

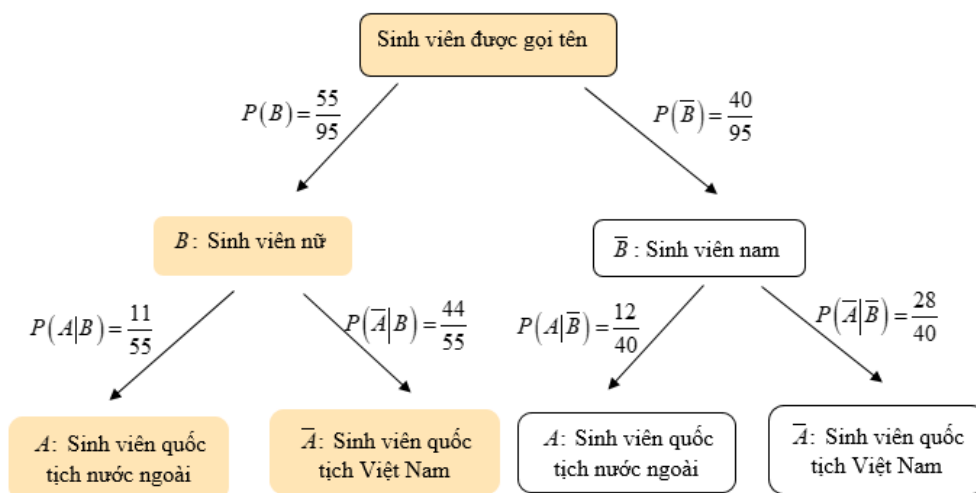
Câu 56: Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Gọi A : "sinh viên được gọi tên có quốc tịch nước ngoài",

Và B : "sinh viên được gọi tên là nữ"



$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

Câu 57: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 10, biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

- A. $\frac{6}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Gọi A : "ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm".

Và B : "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10".

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}.$$

Biến cố B có các trường hợp $(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)$.

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $(5;5), (5;6), (6;5)$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$.

- a) $P(A|B) = 0,6$
- b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$
- c) $P(B|\bar{A}) = 0,4$
- d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

- a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.
- b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$
- c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$
- d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Câu 3: Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

- a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Câu 4: Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A.

- a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.
- b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.
- c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Câu 5: Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) A và B là hai biến độc lập.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Câu 6: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

- a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.
- c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.
- d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 7: Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Câu 8: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

Gọi A là biến cố: “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”

và B là biến cố: “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4.

d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36.

Câu 9: Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại.

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Câu 10: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông”;

B : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng”.

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Câu 11: Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

	Dân tộc	Mông	Dao
Kết quả điều tra			
Suy dinh dưỡng		27	24
Không suy dinh dưỡng		153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã.

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\bar{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao).

a) $P(B) = 0,6$.

b) $P(AB) = 0,102$.

c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.

d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Câu 12: Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

B : "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

a) $P(B | A) = 0,625$.

b) $P(B | \bar{A}) = 0,6$.

c) $P(\bar{B} | A) = 0,4$.

d) $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,375$.

Câu 13: Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả.

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Câu 1: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$.

a) $P(A|B) = 0,6$

b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

c) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$P(A) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(\bar{B}) = 0,6 \Rightarrow P(B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Do A và B độc lập nên A và $\bar{B}$ độc lập, B và $\bar{A}$ độc lập, $\bar{B}$ và $\bar{A}$ độc lập.

a) $P(A|B) = 0,6$

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,7 \neq 0,6$

SAI.

b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,4$

ĐÚNG.

c) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) = 0,3$

ĐÚNG.

d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

$\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,6$

ĐÚNG.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.

b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

ĐÚNG.

b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

ĐÚNG.

c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,4}{0,6} = \frac{1}{3}$

SAI.

d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B)$.

Mà $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,4 = \frac{2}{5}$

SAI.

Câu 3: Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

Không gian mẫu của phép thử:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$

Vậy $n(\Omega) = 12$.

SAI.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

ĐÚNG.

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

ĐÚNG.

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

SAI.

Câu 4: Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A.

a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

- b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.
- c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi A : “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”

và B : “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”

Gọi C : “Học sinh được chọn không giỏi môn Toán”

và D : “Học sinh được chọn không giỏi môn Văn”

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23 + 20 - 35 = 8$

a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là:

$$P(A|B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

ĐÚNG.

b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là:

$$P(B|A) = \frac{8}{23}$$

ĐÚNG.

c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C|B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

SAI.

d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23 - 8 = 15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D|A) = \frac{15}{23}$$

SAI.

Câu 5: Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) A và B là hai biến độc lập.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

A và B là hai biến độc lập.

Đề bài: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$a) A, B \text{ độc lập} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

mà $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$ nên A, B không độc lập

ĐÚNG.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3 \end{aligned}$$

ĐÚNG.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

Gọi D là biến cố "thắng dự 2 biết thắng dự án 1"

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

SAI.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Gọi E là biến cố "thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1"

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

SAI.

Câu 6: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Gọi A là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

ĐÚNG.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

$$P(A|B)$$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}, P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

SAI.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

Gọi C là biến cố " Học sinh được chọn mang giới tính nam".

Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

$$\text{Ta có: } P(C) = \frac{13}{30}, P(A \cap C) = \frac{2}{30}. \text{ Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

ĐÚNG.

d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{3}$$

SAI.

Câu 7: Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Xét các biến cố:

A: "Lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II";

B: "Lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II".

- a) *Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.*

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

SAI.

- b) *Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.*

Sau khi lấy 1 bóng đèn loại II thì chỉ còn 1 bóng đèn loại II trong hộp.

Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

ĐÚNG.

- c) *Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.*

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

SAI.

- d) *Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.*

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là: $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

ĐÚNG.

Câu 8: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì

xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

Gọi A là biến cố: “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”

và B là biến cố: “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

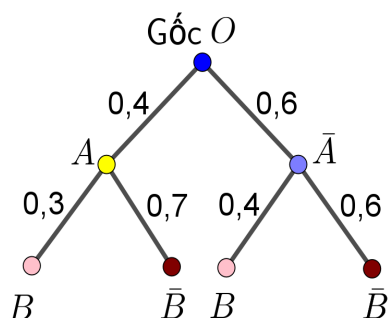
c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4.

d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Từ giả thiết của bài toán ta có sơ đồ hình cây như sau:



a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,6 (nhánh $O\bar{A}$)

SAI.

b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3 (nhánh AB)

ĐÚNG.

c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4 (nhánh $\bar{A}B$)

ĐÚNG.

d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36

Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là

$$P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36 \text{ (nhánh } OAB \text{ và nhánh } O\bar{A}B)$$

ĐÚNG.

Câu 9: Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại.

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Xét các biến cố:

A : “Lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh”;

B : “Lần thứ hai lấy được quả bóng xanh”.

- a) Xác suất để lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất là $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

a) sai.

b) Sau khi lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất thì trong hộp còn 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh, biết lần thứ nhất cũng lấy được quả bóng xanh là

$$P(B|A) = \frac{1}{19}.$$

b) đúng.

c) Gọi C: “Cả hai lần lấy được quả bóng xanh”. Ta có biến cố C là biến cố giao của hai biến cố

$$A \text{ và } B|A, \text{ do đó } P(C) = P(A).P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

c) đúng.

- d) Ta có $\bar{C}$: “Ít nhất một lần lấy được quả bóng đỏ” do đó $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

d) đúng.

Câu 10: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

- a) $P(A) = 0,4$.
- b) $P(B) = 0,625$.
- c) $P(A|B) = 0,75$.
- d) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$.

a) sai.

b) Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$.

b) sai.

c) Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$.

c) đúng.

d) Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông là 25 nên $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$.

d) đúng.

Câu 11: Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

Dân tộc	Mông	Dao
Kết quả điều tra		
Suy dinh dưỡng	27	24
Không suy dinh dưỡng	153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã.

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\bar{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao).

a) $P(B) = 0,6$.

b) $P(AB) = 0,102$.

c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.

d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Ta có $n(\Omega) = 300$

Số lượng trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $n(B) = 27 + 153 = 180$

Xác suất chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $P(B) = \frac{180}{300} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Vậy khẳng định đúng.

b) Sai

AB là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Mông

$$\Rightarrow n(AB) = 27 \Rightarrow P(AB) = \frac{27}{300} = 0,09.$$

c) Đúng

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,09}{0,6} = 0,15.$$

d) Sai

Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao là $P(\bar{B}) = \frac{120}{300} = 0,4$

$\bar{AB}$ là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Dao

$$\Rightarrow n(\bar{AB}) = 24 \Rightarrow P(\bar{AB}) = \frac{24}{300} = 0,08.$$

Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng của xã là dân tộc Dao là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{AB})}{P(\bar{B})} = \frac{0,08}{0,4} = 0,2.$$

Câu 12: Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

B : "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

a) $P(B|A) = 0,625.$

b) $P(B|\bar{A}) = 0,6.$

c) $P(\bar{B}|A) = 0,4.$

d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,375.$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nam thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam còn lại là 15, số học sinh nữ giữ nguyên; nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nữ thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam giữ nguyên, số học sinh nữ còn lại là 24.

Khi đó, $P(B|A) = \frac{25}{40} = 0,625$; $P(B|\bar{A}) = \frac{24}{40} = 0,6$; $P(\bar{B}|A) = \frac{15}{40} = 0,375$;

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{16}{40} = 0,4.$$

Câu 13: Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả.

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}.$

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Gọi A là biến cố: “An lấy được bóng xanh”.

Khi đó: $n(A) = 8, n(\Omega) = 14 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.

a) đúng.

b) Gọi B là biến cố: “Bình lấy được bóng đỏ”.

$$P(B | A) = \frac{6}{13}.$$

Theo công thức nhân xác suất thì $P(AB) = P(A).P(B | A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{13} = \frac{24}{91}$.

b) đúng.

c) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu xanh là: $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{13} = \frac{4}{13}$

c) sai.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu đỏ là: $\frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu là: $\frac{4}{13} + \frac{15}{91} = \frac{43}{91}$.

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu là $1 - \frac{43}{91} = \frac{48}{91}$.

Vậy xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

d) đúng.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1:** Cho $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{2}{3}; P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$.
- Câu 2:** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A : "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6" và B : "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm". Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.
- Câu 3:** Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.
Gọi A : "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";
Và B : "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".
Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B .
- Câu 4:** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 5:** Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 6:** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 7:** Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 8:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : "Hai viên bi lấy ra khác màu". *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 9:** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

- Câu 10:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.
- Câu 11:** Quần Jean Pier Cardin trước khi xuất khẩu qua thị trường Châu Âu phải qua 2 lần kiểm tra. Nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 97% sản phẩm làm ra qua được đợt kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được đợt kiểm tra thứ nhất tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 12:** Trong danh sách đạt giải môn toán cấp thành phố của thành phố Hà Nội có 30% là học sinh nữ và 24% học sinh đạt giải là học sinh nữ lớp 12. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách. Biết học sinh đó là nữ, tính xác suất để học sinh đó không phải lớp 12.
- Câu 13:** Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,4$. Tính $P(A|\bar{B})$. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 14:** Cho hai biến cố A, B có $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A|B)$. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 15:** Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học.
- Câu 16:** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 17:** Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.
- Câu 18:** Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*
- Câu 19:** Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20% . Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.
- Câu 20:** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\bar{B})$.
- Câu 21:** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).
- Câu 22:** Trường THPT thống kê số học sinh khối 11 đoạt giải từ 450 học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh từ các lớp xã hội và ban tự nhiên. Kết quả được tổng hợp trong bảng sau.

	LỚP XÃ HỘI	LỚP TỰ NHIÊN
ĐOẠT GIẢI	115	80
KHÔNG ĐOẠT GIẢI	135	120

Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Tính xác suất để học sinh đó học lớp tự nhiên và đoạt giải. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- Câu 23:** Trong một xưởng sản xuất có 800 bóng đèn, qua kiểm nghiệm chất lượng người ta thấy trong đó có 750 bóng đèn tốt và 50 bóng đèn kém không đạt chất lượng. Các bóng đèn tốt có 3 màu: đỏ, trắng, xanh và số bóng đèn màu đỏ chiếm 40%. Chọn ra ngẫu nhiên một bóng trong 800 bóng đèn. Xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là?
- Câu 24:** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng. (làm tròn đến kết quả phần chục).
- Câu 25:** Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 4 chiếc bút bi đỏ, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong hộp không trả lại. Sau đó, bạn Nam lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong 10 chiếc bút còn lại. Xác suất để An lấy được bút bi đỏ và Nam lấy được bút bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - b$ bằng
- Câu 26:** Một hộp gồm 8 bi trắng và 2 bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi viên bi và hoàn lại. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Tính xác suất lần thứ hai bốc được bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 27:** Trong một cái hộp đựng 11 chiếc thẻ giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 11 (mỗi thẻ ghi một số). Bạn An rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ và không hoàn lại, sau đó bạn Bình rút ngẫu nhiên một chiếc trong 10 thẻ còn lại trong hộp. Tính xác suất để An đã rút được thẻ mang số lẻ và Bình rút được thẻ ghi số chẵn(làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Câu 28:** Một bình đựng 3 bi xanh và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên lần 1 một viên bi (không hoàn lại), rồi lần 2 một viên bi. Tính xác suất để lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng.
- Câu 29:** Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:
- | | Viêm phổi | Không viêm phổi |
|-----------------------|-----------|-----------------|
| Nghiện thuốc lá | 750 | 1238 |
| Không nghiện thuốc lá | 572 | 2440 |
- Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).
- Câu 30:** Một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn, lấy không trả lại về hộp. Tính xác suất để lần thứ 2 lấy được bóng bàn loại II biết rằng lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 31:** Lớp 10A có 40 học sinh trong đó các bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Tính xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar.
- Câu 32:** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- Câu 33:** Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 34:** Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 35:** Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:
- Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.
 - Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.
- Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 36:** Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?
- Câu 37:** Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:
- Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60% .
 - Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90% .
 - Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15% .
- Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?
- Câu 38:** Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.
- Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.
 - Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.
 - Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.
- Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{2}{3}; P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$.

Lời giải

Trả lời: 0,85

Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{30}$.

Suy ra $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{17}{20}$.

Câu 2: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A : "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6" và B : "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm". Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.

Lời giải

Trả lời: 4

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố B xảy ra là: $B = \{(4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5); (4;6)\}$

Trong 6 kết quả đồng khả năng xảy ra này thì có 4 kết quả $(4;3); (4;4); (4;5); (4;6)$ là thuận lợi cho biến cố A .

Câu 3: Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A : "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";

Và B : "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B .

Lời giải

Trả lời: 0,5

Nếu biến cố A xảy ra thì bạn An lấy viên bi đen từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai có 5 viên bi đen và 5 viên bi trắng.

Do đó, xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Câu 4: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,41

Gọi A: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

và B: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

Câu 5: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

và B: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17} \approx 0,29$$

Câu 6: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,27

Gọi A: “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”

và B: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5), (5;6), (6;5)\}$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11} \approx 0,27$$

Câu 7: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,33

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”;

B là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”.

$$P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}.$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}.$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Câu 8: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : “Hai viên bi lấy ra khác màu”. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

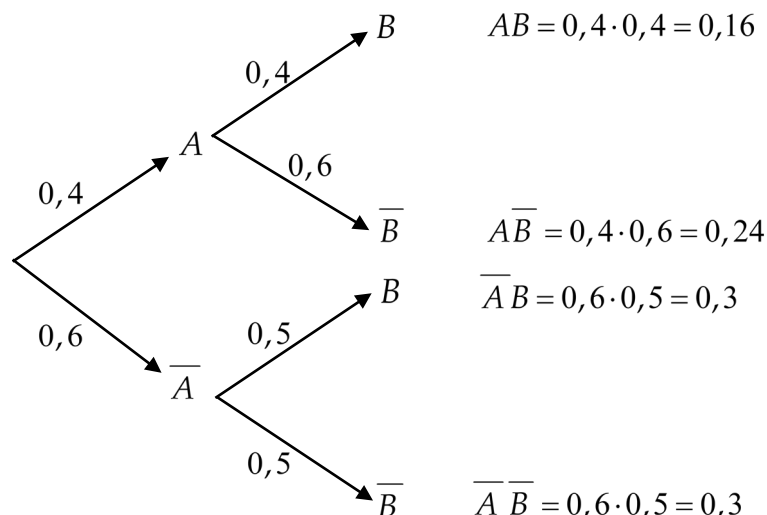
Gọi B là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{5}{10} = 0,5; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Ta có sơ đồ cây



Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B}) = 0,16 + 0,3 = 0,46$.

Câu 9: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 10: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai”

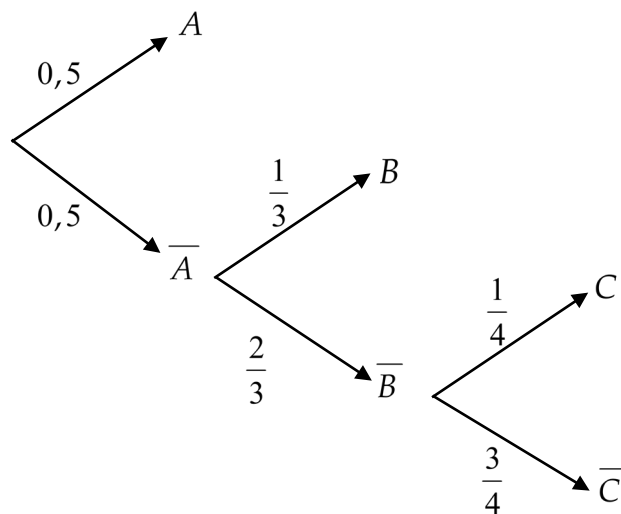
Gọi C là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba”

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|A) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\overline{A} \cdot \overline{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ là

$$P(A) + P(\overline{A}B) + P(\overline{A}\overline{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75.$$

Câu 11: Quần Jean Pier Cardin trước khi xuất khẩu qua thị trường Châu Âu phải qua 2 lần kiểm tra. Nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 97% sản phẩm làm ra qua được đợt kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được đợt kiểm tra thứ nhất tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,92

Gọi A, B lần lượt là biến cố chiếc áo đó qua được vòng một và vòng hai. Khi đó $P(A) = 0,97$ và $P(B|A) = 0,95$. Xác suất để chiếc áo đó đủ điều kiện xuất khẩu chính là $P(AB)$.

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,97 \cdot 0,95 = 0,92.$$

Câu 12: Trong danh sách đạt giải môn toán cấp thành phố của thành phố Hà Nội có 30% là học sinh nữ và 24% học sinh đạt giải là học sinh nữ lớp 12. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách. Biết học sinh đó là nữ, tính xác suất để học sinh đó không phải lớp 12.

Lời giải

Trả lời: 0,2

Gọi A là biến cố học sinh được chọn là nữ, B là biến cố học sinh được chọn học lớp 12. Khi đó $P(AB) = 0,24$. Theo yêu cầu bài toán, ta cần tính $P(\overline{B}|A)$.

Vì $\overline{B}A$ và BA là hai biến cố xung khắc và $\overline{B}A \cup BA = A$ nên $P(\overline{B}A) = P(A) - P(BA) = 0,06$.

$$\text{Ta có: } P(\overline{B}|A) = \frac{P(\overline{B}A)}{P(A)} = \frac{0,06}{0,3} = 0,2.$$

Câu 13: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,4$. Tính $P(A|\bar{B})$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,73

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28.$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và AB xung khắc và $\bar{A}B \cup AB = A$ nên:

$$P(\bar{A}B) + P(AB) = P(A) \Rightarrow P(\bar{A}B) = 0,5 - 0,28 = 0,22.$$

$$\text{Ta có: } P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})} = \frac{0,22}{1-0,7} = \frac{11}{15} \approx 0,73.$$

Câu 14: Cho hai biến cố A, B có $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A|B)$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,69

$$\text{Ta có } P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})} \Rightarrow P(\bar{A}B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12.$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và AB xung khắc và $\bar{A}B \cup AB = A$ nên:

$$P(\bar{A}B) + P(AB) = P(A) \Rightarrow P(AB) = 0,6 - 0,12 = 0,48.$$

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,48}{0,7} = \frac{24}{35} \approx 0,69.$$

Câu 15: Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học.

Lời giải

Trả lời: 0,4

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách khoa học” và B là biến cố “Sách được chọn là sách khoa học tự nhiên”. Suy ra $P(A) = 0,35$ và $P(B) = 0,14$.

$$\text{Do } B \cap A = B \text{ nên xác suất cần tính là: } P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0,14}{0,35} = 0,4.$$

Câu 16: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}B)$ và $P(A|B)$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,38

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}B) = P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

Do AB và $\bar{A}B$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup \bar{A}B = A$ nên ta có:

$$P(AB) = P(A) - P(\bar{A}B) = 0,4 - 0,1 = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,8} = 0,375 \approx 0,38.$$

Câu 17: Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”

Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học là $\frac{3}{10}$.

Câu 18: Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$.
Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,64

Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$

Theo công thức nhân xác suất $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{B}).P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,3.0,5 = 0,15$

Vì $\bar{A}\bar{B}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\bar{A}\bar{B} \cup AB = A$ nên suy ra

$$P(AB) = P(A) - P(\bar{A}\bar{B}) = 0,6 - 0,15 = 0,45$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,7} = \frac{9}{14}$$

Câu 19: Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.

Lời giải

Trả lời: 0,8

Gọi A là biến cố “Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng” và B là biến cố “Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá”.

Ta có $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,2$.

Ta có $B \subset A$ nên $P(BA) = P(B) = 0,2$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8.$$

Câu 20: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Trả lời: 0,95

Ta có $P(B) = 0,6$ suy ra $P(\bar{B}) = 0,4$ và $P(AB) = P(B).P(A|B) = 0,6.0,7 = 0,42$.

Vì AB và $\overline{AB}$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup \overline{AB} = A$ nên ta có:

$$P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,42 = 0,38.$$

$$\text{Vậy } P(A|\overline{B}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{B})} = \frac{0,38}{0,4} = 0,95.$$

Câu 21: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6”.

Gọi B là biến cố: “Có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”.

Ta có: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

$$AB = \{(1;3); (3;1); (2;3); (3;2); (3;3)\} \Rightarrow P(AB) = \frac{5}{36}$$

$$\overline{B} = \{(a;b) | a, b \in \{1;2;4;5;6\}\} \Rightarrow n(\overline{B}) = 5.5 = 25$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{11} \approx 0,45.$$

Câu 22: Trường THPT thống kê số học sinh khối 11 đoạt giải từ 450 học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh từ các lớp xã hội và ban tự nhiên. Kết quả được tổng hợp trong bảng sau.

	LỚP XÃ HỘI	LỚP TỰ NHIÊN
ĐOẠT GIẢI	115	80
KHÔNG ĐOẠT GIẢI	135	120

Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Tính xác suất để học sinh đó học lớp tự nhiên và đoạt giải. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 0,4

$$n(\Omega) = 450.$$

Gọi A : “Học sinh đạt giải học sinh giỏi”, B : “Học sinh đó học lớp tự nhiên”.

Khi đó AB : “Học sinh đạt giải học sinh giỏi và học sinh đó học lớp tự nhiên”.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{80+120}{450} = \frac{4}{9}.$$

$$P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{80}{450} = \frac{8}{45}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Câu 23: Trong một xưởng sản xuất có 800 bóng đèn, qua kiểm nghiệm chất lượng người ta thấy trong đó có 750 bóng đèn tốt và 50 bóng đèn kém không đạt chất lượng. Các bóng đèn tốt có 3 màu: đỏ, trắng, xanh và số bóng đèn màu đỏ chiếm 40%. Chọn ra ngẫu nhiên một bóng trong 800 bóng đèn. Xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là?

Lời giải

Trả lời: 0,4

Xét các biến cố sau:

A: "Bóng được chọn có màu đỏ."

B: "Bóng được chọn là bóng tốt."

Số bóng đèn tốt có màu đỏ là: $750 \cdot 40\% = 300$ bóng.

Số bóng đèn tốt là: 750 bóng.

Do đó, xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{300}{750} = \frac{2}{5}.$$

Câu 24: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng. (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Trả lời: 0,4

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

$$\text{Từ đó, ta có } P(A_1) = \frac{6}{10}; P(A_2) = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{1}{10}$$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{C_5^2 C_{19}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} = 0,4 \end{aligned}$$

Câu 25: Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 4 chiếc bút bi đỏ, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong hộp không trả lại. Sau đó, bạn Nam lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong 10 chiếc bút còn lại. Xác suất để An lấy được bút bi đỏ và Nam lấy được bút bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - b$ bằng

Lời giải

Trả lời: -41.

Gọi A : "An lấy được bút bi đỏ", B : "Nam lấy được bút bi xanh".

$$\text{Ta có } n(A) = 4, P(A) = \frac{4}{11}.$$

Nếu A xảy ra, tức là An lấy được bút bi đỏ thì trong hộp còn 10 chiếc bút bi với 7 chiếc bút bi xanh. suy ra $P(B|A) = \frac{7}{10}$. Do đó, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{55}$.

Từ đó, ta có $a = 14, b = 55 \Rightarrow a - b = -41$.

Câu 26: Một hộp gồm 8 bi trắng và 2 bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi viên bi và hoàn lại. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Tính xác suất lần thứ hai bốc được bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,22

Xét 2 biến cố

A: "Lần thứ hai bốc được bi đỏ".

B: "Lần thứ nhất bốc được bi trắng".

Khi đó, xác suất để lần thứ hai bốc được bi đỏ biết lần thứ nhất bốc được bi trắng là xác suất có điều kiện

$$P(A|B)$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{2}{9} \approx 0,22$$

Câu 27: Trong một cái hộp đựng 11 chiếc thẻ giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 11 (mỗi thẻ ghi một số). Bạn An rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ và không hoàn lại, sau đó bạn Bình rút ngẫu nhiên một chiếc trong 10 thẻ còn lại trong hộp. Tính xác suất để An đã rút được thẻ mang số lẻ và Bình rút được thẻ ghi số chẵn (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,27

Gọi biến cố A: "An rút được thẻ mang số lẻ".

B: "Bình rút được thẻ mang số chẵn".

Ta cần tính $P(AB)$

Ta có $P(A) = \frac{6}{11}$. Nếu A xảy ra tức là bạn An rút được thẻ ghi số lẻ thì trong hộp chỉ còn 10

chiếc thẻ với 5 thẻ ghi số chẵn. Vậy $P(B|A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{11}$.

Làm tròn đến hàng phần trăm là 0,27

Câu 28: Một bình đựng 3 bi xanh và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên lần 1 một viên bi (không hoàn lại), rồi lần 2 một viên bi. Tính xác suất để lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng.

Lời giải

Đáp án: 0,3

Gọi A là biến cố "Lần 1 lấy một viên bi xanh". Khi đó $P(A) = \frac{3}{5}$.

Gọi B là biến cố "Lần 2 lấy một viên bi trắng".

Gọi C là biến cố "Lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng".

Nếu A đã xảy ra thì trong bình chỉ còn 2 bi xanh, 2 bi trắng. Khi đó $P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Mà $C = AB$. Do đó theo công thức nhân ta có:

$$P(C) = P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Câu 29: Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Trả lời: 0,19

$$n(\Omega) = 5000.$$

Gọi A là biến cố: “Người đó bị viêm phổi”

Gọi B là biến cố: “Người đó không nghiện thuốc lá”

Khi đó AB là biến cố: “Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá”. Vậy

$$n(AB) = 572 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{572}{5000}.$$

Ta có $572 + 2440 = 3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B) = 3012$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3012}{5000} = \frac{753}{1250}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{572}{3012} = \frac{143}{753} \approx 0,19.$$

Câu 30: Một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn, lấy không trả lại về hộp. Tính xác suất để lần thứ 2 lấy được bóng bàn loại II biết rằng lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,05

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II”.

B: “Lần thứ hai lấy được bóng bàn loại II”.

$$\text{Suy ra: } P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}; P(AB) = \frac{2 \cdot 1}{20 \cdot 19} = \frac{1}{190}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{19}.$$

Câu 31: Lớp 10A có 40 học sinh trong đó các bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Tính xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar.

Lời giải

Trả lời: 0,48

Xét các biến cố:

A: “Chọn được bạn biết chơi đàn organ”.

B: “Chọn được bạn biết chơi đàn guitar”.

$$\text{Khi đó: } P(A) = \frac{27}{40}, P(B) = \frac{25}{40}, P(A \cup B) = 1.$$

$$\text{Suy ra } P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{10}.$$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25}$.

Câu 32: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,73

Gọi A_k là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ k ”, $k = 1, 2, 3$.

Theo đầu bài ta có: $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{20 \times 0,5}{30} = \frac{1}{3}$; $P(A_3 | \overline{A_1} \cdot \overline{A_2}) = \frac{20 \times 0,5}{50} = \frac{1}{5}$.

Gọi A là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ”. Khi đó: $A = A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$.

Vì 3 biến cố A_1 , $\overline{A_1}A_2$, $\overline{A_1}\overline{A_2}A_3$ xung khắc từng đôi nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3).$$

$$\begin{aligned} \text{Theo công thức nhân xác suất } P(\overline{A_1}A_2) &= P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2 | \overline{A_1}) = [1 - P(A_1)] \cdot P(A_2 | \overline{A_1}) \\ &= (1 - 0,5) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Theo công thức nhân xác suất

$$\begin{aligned} P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) &= P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2}) \\ &= [1 - P(A_1)] \cdot P[1 - P(A_2 | \overline{A_1})] \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2}) = (1 - 0,5) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } P(A) = 0,5 + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}.$$

Câu 33: Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,17

Gọi A_1 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 1”

A_2 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 2”

A_3 là biến cố: “Mở được cửa ở lần thử thứ 3”

Ta phải tìm: $P(A_1A_2A_3)$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1A_2)$.

$$\text{Ta có } P(A_1) = \frac{7}{9}; P(A_2 | A_1) = \frac{6}{8}; P(A_3 | A_1A_2) = \frac{2}{7}.$$

$$\text{Do đó: } P(A_1A_2A_3) = \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{6}.$$

Câu 34: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,87

Gọi E_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi E_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

E_1, E_2 tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi B là biến cố bạn Bình rút được một câu thuộc bài

Khi đó $B = (E_1 \cap B) \cup (E_2 \cap B)$

$$\Rightarrow P(B) = P(E_1)P(B|E_1) + P(E_2)P(B|E_2)$$

$$P(E_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3} \quad P(E_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|E_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{10} \quad P(B|E_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

$$P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{13}{15}$$

Câu 35: Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

- Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.
- Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,09

Gọi B là biến cố người đó mắc bệnh, $\bar{B}$ là biến cố người đó không mắc bệnh

Khi đó xác suất mắc bệnh là $P(B) = 0,005$

Xác suất không mắc bệnh là: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,995$

Gọi T là biến cố xét nghiệm dương tính, $\bar{T}$ là biến cố xét nghiệm âm tính

Xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh: $P(T|B) = 0,98$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi mắc bệnh là: $P(\bar{T}|B) = 1 - P(T|B) = 0,02$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh: $P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,95$

Xác suất xét nghiệm dương tính khi không mắc bệnh: $P(T|\bar{B}) = 1 - P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,05$

Xác suất để người được xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(T) = P(T|B) \cdot P(B) + P(T|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (0,98 \cdot 0,005) + (0,05 \cdot 0,995) = 0,05465$$

$$\text{Xác suất người đó mắc bệnh là } P(B|T) = \frac{P(T|B) \cdot P(B)}{P(T)} = \frac{0,98 \cdot 0,005}{0,05465} = \frac{98}{1093}$$

Câu 36: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 37: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

Lời giải

Trả lời: 3,6

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn”.

B : “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

AB : “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 15\% = 0,15$

$$P(B) = 90\% = 0,9$$

$$P(A) = 60\% = 0,6$$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn, biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng cách là

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6}$$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\frac{0,6}{\frac{1}{6}} = 3,6$ lần.

Câu 38: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 6,67

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 20\% = 0,2$.

$$P(B) = 30\% = 0,3.$$

$$P(A) = 10\% = 0,1.$$

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là

$$\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ lần.}$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



I LÝ THUYẾT.

I. Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố A và B , ta có: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

II. Công thức Bayes

Cho hai biến cố A và B , với $P(B) > 0$, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

Nhận xét: Theo công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

Nên công thức Bayes còn có dạng: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.



II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức xác suất toàn phần: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

2. Công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

✓ **Chú ý 1:** Các công thức cần nhớ

- » $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- » $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
- » $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
- » $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$

✓ **Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm **nhiều giai đoạn** có sự **liên đới nhau** trong quá trình xảy ra.

DẠNG 1. MÔ TẢ CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN THÔNG QUA BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ 2X2 VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

- Bước 1. Xác định các biến cố: xác định các biến cố liên quan và biến cố cần tính xác suất.
 Bước 2. Tính các xác suất của các biến cố liên quan.
 Bước 3. Lập bảng dữ liệu thống kê 2x2 hoặc sơ đồ hình cây.
 Bước 4. Thực hiện tính toán.

- Câu 1:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,35. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,7. Tính xác suất để bán hết vé.
- Câu 2:** Một chiếc hộp có 2 loại bi là viên bi đỏ và viên bi vàng, trong đó có 60% là viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra người ta thấy có 50% số viên bi màu đỏ đánh số và 25% số viên bi màu vàng đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất để viên bi lấy được đánh số.

DẠNG 2: MÔ TẢ CÔNG THỨC BAYES THÔNG QUA BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ 2X2 VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

- Bước 1: Xác định các biến cố và gọi các biến cố liên quan để trả lời câu hỏi cần tìm có dạng “Nếu xảy ra biến cố B (hoặc $\bar{B}$) thì xác suất xảy ra biến cố A (hoặc $\bar{A}$) bằng bao nhiêu?”.
 Bước 2: Tính các xác suất của các biến cố liên quan.
 Bước 3: Lập bảng dữ liệu thống kê 2x2 hoặc sơ đồ hình cây.
 Bước 4: Áp dụng công thức Bayes để tính toán

- Câu 3:** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là 0,5%. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 4:** Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?

DẠNG 3. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES.

Phương

Công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

Chú ý: Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

Công thức Bayes: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

Chú ý: Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

- Câu 5:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.
- a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
- b) Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.
- Câu 6:** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,8$ và $P(AB) = 0,16$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng
- Câu 7:** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$ và $P(B|A) = 0,2$. Khi đó, $P(AB)$ bằng
- Câu 8:** Có 2 đội thi đấu bơi lội. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là
- Câu 9:** Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất 0,9, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất 0,5. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.
- Câu 10:** Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 2 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, hộp thứ hai có 3 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp, từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi.
- a) Tính xác suất lấy được viên bi màu đỏ.
- b) Giả sử đã lấy được viên bi màu đỏ. Tính xác suất để viên bi đỏ lấy ra là từ hộp thứ hai.
- Câu 11:** Lớp 10A có tỉ lệ học sinh học giỏi môn Toán là 20%. Tỉ lệ học sinh học giỏi môn Anh Văn trong số học sinh học giỏi môn Toán là 70%, trong số học sinh không giỏi môn Toán là 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 10A tham dự trại hè toàn quốc tại Nha Trang.
- a) Tính xác suất học sinh được chọn giỏi môn Anh Văn.
- b) Tính xác suất học sinh được chọn học giỏi cả môn Toán và môn Anh Văn.

DẠNG 4. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN.**Phương pháp**

Công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

- Câu 12:** Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.
gọi A là biến cố “*học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ*”,
và B là biến cố “*học sinh được chọn là nam*”.
Biết xác suất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính $P(A)$.
- Câu 13:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.
- Câu 14:** Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có 60% về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có 30% ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn 20% số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là 80%. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là 90%. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?
- Câu 15:** Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

DẠNG 5. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC BAYES.

Phương pháp

Công thức Bayes: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

• **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra. Khi áp dụng giải toán, biến cố cần tìm xác suất chi phối bởi hệ đầy đủ biến cố trước đó. Vì vậy, để giải toán xác suất này ta cần:

- Phân tích kỹ đề bài, linh hoạt liên tưởng vào thực tế.
- Xác định nhóm biến cố đầy đủ ở giai đoạn đầu của sự việc mà bài toán đã đưa ra.
- Gọi tên biến cố xảy ra ở giai đoạn sau liên quan đến nhóm biến cố đầy đủ được xác định trước đó.
- Xác định xác suất của từng biến cố ở hệ đầy đủ, các xác suất có điều kiện của biến cố ở giai đoạn sau với từng biến cố trong hệ đầy đủ.
- Nếu biết biến cố xảy ra trong giai đoạn sau, để xác định xác suất của một biến cố nào đó ở giai đoạn trước liên quan đến biến cố ở giai đoạn sau như thế nào ta sử dụng công thức Bayes.

Câu 16: Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

Câu 17: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Câu 18: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

b) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Câu 19: Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu B bị méo cả thu được như A .

a) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

b) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

- Câu 20:** Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm 70% còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm 30% tổng sản phẩm của công ty. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm 2% còn của dây chuyền II chiếm 3% tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu nhiên được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.
- Câu 21:** Một nông trại trồng hai loại cây: cây Ngô và cây Đậu. Có 60% diện tích trồng cây của nông trại là cây Ngô và 40% diện tích là trồng cây Đậu. Tỷ lệ cây Ngô bị sâu bệnh là 15% còn tỷ lệ cây Đậu bị sâu bệnh là 10%. Giả sử một cây được kiểm tra và phát hiện bị sâu bệnh. Tính xác suất cây đó là cây Ngô.
- Câu 22:** Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I, đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.
- Tính xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng;
 - Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.
- Câu 23:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỷ lệ thư rác là 3%.
- Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác.
 - Chọn ngẫu nhiên một thư không bị chặn. Tính xác suất để thư đó là thư đúng.
 - Trong số các thư bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư đúng? Trong số các thư không bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư rác?
- Câu 24:** Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 50% số viên bi màu xanh có dán nhãn và 75% số viên bi màu đỏ có dán nhãn; những viên bi còn lại không dán nhãn.
- chọn số thích hợp điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị: viên bi)

Màu bi \ Dán nhãn	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ		
Xanh		

- Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét hai biến cố sau:

A: “Viên bi được chọn ra có dán nhãn”

B: “Viên bi được chọn ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần, tính xác suất để viên bi được lấy ra có dán nhãn.

- Câu 25:** Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10%. Biết rằng tỷ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



LÝ THUYẾT.

I. Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố A và B , ta có: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

II. Công thức Bayes

Cho hai biến cố A và B , với $P(B) > 0$, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

Nhận xét: Theo công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

Nên công thức Bayes còn có dạng: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức xác suất toàn phần: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

2. Công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

✓ **Chú ý 1:** Các công thức cần nhớ

$$\gg P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\gg P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$\gg P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$$

$$\gg P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

✓ **Chú ý 2:** Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm **nhiều giai đoạn** có sự **liên đới nhau** trong quá trình xảy ra.

DẠNG 1. MÔ TẢ CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN THÔNG QUA BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ 2X2 VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

- Bước 1. Xác định các biến cố: xác định các biến cố liên quan và biến cố cần tính xác suất.
- Bước 2. Tính các xác suất của các biến cố liên quan.
- Bước 3. Lập bảng dữ liệu thống kê 2x2 hoặc sơ đồ hình cây.
- Bước 4. Thực hiện tính toán.

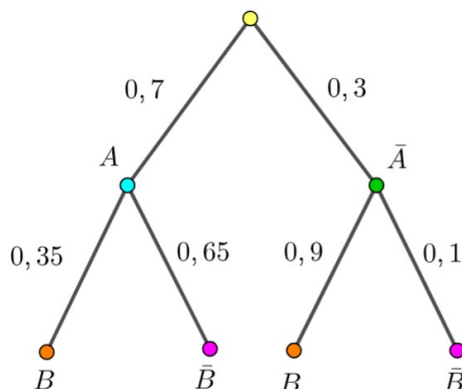
Câu 1: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,35. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,7. Tính xác suất để bán hết vé.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Trời mưa”; B là biến cố: “Bán hết vé”.

Ta có: $P(A) = 0,7$ suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $OĀ$ tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

Trên nhánh cây AB và $AB̄$ tương ứng ghi là $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$.

Trên nhánh cây $ĀB$ và $ĀB̄$ tương ứng ghi là $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $OAB̄$.

Vậy $P(B) = 0,7 \cdot 0,35 + 0,3 \cdot 0,9 = 0,515$.

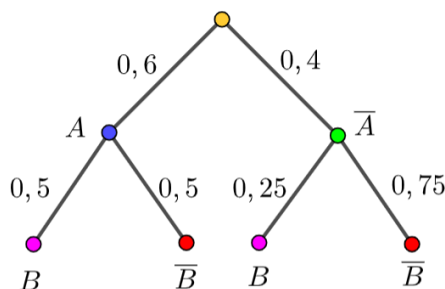
Câu 2: Một chiếc hộp có 2 loại bi là viên bi đỏ và viên bi vàng, trong đó có 60% là viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra người ta thấy có 50% số viên bi màu đỏ đánh số và 25% số viên bi màu vàng đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất để viên bi lấy được đánh số.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Viên bi lấy được màu đỏ”; B là biến cố: “Viên bi lấy được đánh số”.

Ta có: $P(A) = 0,6$ suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và OA tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$.

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$. Vậy

$$P(B) = 0,6 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,4.$$

DẠNG 2: MÔ TẢ CÔNG THỨC BAYES THÔNG QUA BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ 2X2 VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

Bước 1: Xác định các biến cố và gọi các biến cố liên quan để trả lời câu hỏi cần tìm có dạng “Nếu xảy ra biến cố B (hoặc $\bar{B}$) thì xác suất xảy ra biến cố A (hoặc $\bar{A}$) bằng bao nhiêu?”.

Bước 2: Tính các xác suất của các biến cố liên quan.

Bước 3: Lập bảng dữ liệu thống kê 2x2 hoặc sơ đồ hình cây.

Bước 4: Áp dụng công thức Bayes để tính toán

Câu 3: Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là $0,5\%$. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét hai biến cố A : “Người được chọn ra bị mắc bệnh hiểm nghèo Y ”,

B : “Người được chọn ra có xét nghiệm cho kết quả dương tính”

Do tỉ lệ người mắc bệnh hiểm nghèo Y là $0,5\% = 0,005$ nên trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người là $P(A) = 0,005$ và

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,005 = 0,995.$$

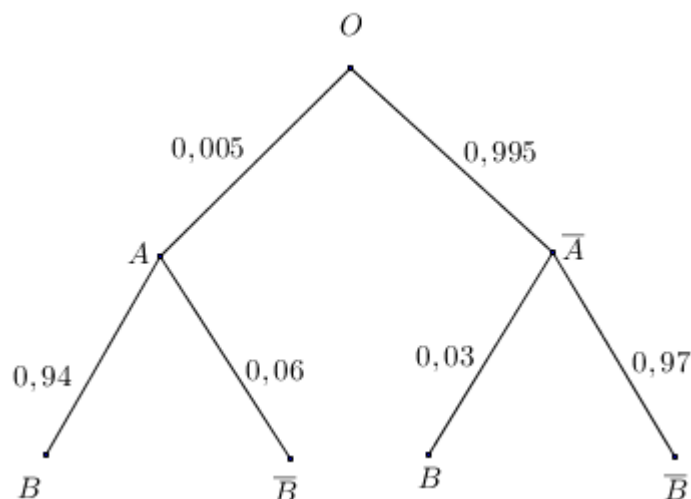
Nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính nên

$$P(B|A) = 94\% = 0,94.$$

Nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính nên

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 97\% = 0,97$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau



Ta thấy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là $P(A|B)$. Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,005.0,94}{0,005.0,94 + 0,995.0,03} \approx 13,6\%.$$

Vậy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là 13,6%.

Câu 4: Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?

Lời giải

Xét hai biến cố sau: A: “Linh kiện lấy ra do nhà máy I sản xuất”,

B: “Linh kiện lấy ra là phế phẩm”

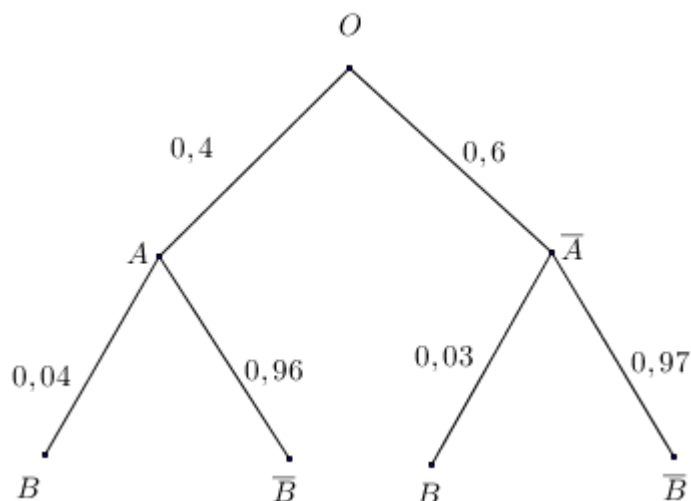
Vì trong lô linh kiện có tổng cộng $80 + 120 = 200$ linh kiện nên $P(A) = \frac{80}{200} = 0,4$;

$$P(\bar{A}) = 0,6.$$

Vì tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3% nên $P(B|A) = 4\% = 0,04$ và

$$P(B|\bar{A}) = 3\% = 0,03.$$

Ta có sơ đồ cây.



Khi linh kiện lấy ra là phế phẩm thì xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất là $P(A|B)$ và xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là $P(\bar{A}|B)$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,4.0,04}{0,4.0,04 + 0,6.0,03} \approx 47\%.$$

Suy ra $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) \approx 53\%$.

Vậy xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là cao hơn.

DẠNG 3. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES.

Phương pháp

Công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

Chú ý: Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

Công thức Bayes: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

• **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Câu 5: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

- Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
- Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Lời giải

- Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”

Đề người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,2$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%

b)

xác suất mà người đó là nghiện Thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 6: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,8$ và $P(AB) = 0,16$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,16}{0,8} = 0,2$$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$ và $P(B|A) = 0,2$. Khi đó, $P(AB)$ bằng

Lời giải

$$P(AB) = P(A).P(B|A) = 0,3.0,2 = 0,06$$

Câu 8: Có 2 đội thi đấu bơi lội. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là

Lời giải

Gọi A là biến cố “Vận động viên thuộc đội I”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Vận động viên thuộc đội II”

Gọi B là biến cố “Vận động viên đạt huy chương vàng”.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$P(A) = \frac{6}{14}, P(\bar{A}) = \frac{8}{14}$$

$P(B|A)$ là xác suất để vận động viên thuộc đội I đạt huy chương vàng. $P(B|A) = 0,75$.

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để vận động viên thuộc đội II đạt huy chương vàng. $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Theo công thức Bayes ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{6}{14} \cdot 0,75}{\frac{6}{14} \cdot 0,75 + \frac{8}{14} \cdot 0,6} \approx 0,4839$$

Câu 9: Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất 0,9, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất 0,5. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại I", B_2 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại II", A là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất có kết quả tốt".

Ta có: $P(B_1) = \frac{4}{10}$; $P(B_2) = \frac{6}{10}$; $P(A|B_1) = 0,9$; $P(A|B_2) = 0,5$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) = \frac{4}{10} \times 0,9 + \frac{6}{10} \times 0,5 = 0,66$$

Khi đó ta cần tính xác suất $P(B_1|A)$, theo công thức Bayes

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{10} \times 0,9}{0,66} = \frac{6}{11} \approx 0,55.$$

Câu 10: Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 2 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, hộp thứ hai có 3 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp, từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi.

a) Tính xác suất lấy được viên bi màu đỏ.

b) Giả sử đã lấy được viên bi màu đỏ. Tính xác suất để viên bi đỏ lấy ra là từ hộp thứ hai.

Lời giải

a)

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi màu đỏ"

Gọi H_i là biến cố: "Lấy được hộp thứ i ($i = 1; 2$) "

$$\text{Nhận xét } P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|H_1) = \frac{5}{7}; P(A|H_2) = \frac{2}{5}$$

Áp dụng xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được viên bi màu đỏ là

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{39}{70} \approx 0,56.$$

b)

Theo công thức Bayes ta có
$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{39}{70}} = \frac{14}{39} \approx 0,36.$$

Vậy xác suất để viên bi đỏ lấy ra là từ hộp thứ hai là 0,36.

Câu 11: Lớp 10A có tỉ lệ học sinh học giỏi môn Toán là 20%. Tỉ lệ học sinh học giỏi môn Anh Văn trong số học sinh học giỏi môn Toán là 70%, trong số học sinh không giỏi môn Toán là 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 10A tham dự trại hè toàn quốc tại Nha Trang.

a) Tính xác suất học sinh được chọn giỏi môn Anh Văn.

b) Tính xác suất học sinh được chọn học giỏi cả môn Toán và môn Anh Văn.

Lời giải

a)

Gọi A là biến cố: “Học sinh học giỏi môn Toán” suy ra

$\bar{A}$ là biến cố: “Học sinh không học giỏi môn Toán”

Gọi B là biến cố: “Học sinh học giỏi môn Anh Văn”

Để học sinh được chọn là học sinh giỏi môn Toán thì học sinh đó hoặc giỏi môn Anh Văn hoặc không giỏi môn Anh Văn.

Ta có $P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$

$P(B | A) = 0,7$

$P(B | \bar{A}) = 0,15$

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$

Xác suất học sinh được chọn giỏi môn Anh Văn là 0,26.

b)

Xác suất học sinh được chọn giỏi cả môn Toán và Anh Văn là $P(A | B)$

theo công thức Bayes ta có
$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

DẠNG 4. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN.

Phương pháp

» **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khi đó:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

▪ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

Câu 12: Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.

gọi A là biến cố “học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ”,

và B là biến cố “học sinh được chọn là nam”.

Biết xác suất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính $P(A)$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,6 = 0,4$; $P(A|B) = 0,3$; $P(A|\bar{B}) = 0,15$.

Theo công thức xác suất từng phần, ta có:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,15 = 0,24.$$

Câu 13: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.

Lời giải

Gọi A : “Học sinh được chọn là nữ”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “Học sinh được chọn là nam”;

B : “học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X”.

Từ giả thiết ta có $P(A) = 0,53 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,53 = 0,47$; $P(B|A) = 0,21$; $P(B|\bar{A}) = 0,17$.

Theo công thức xác suất từng phần, ta có xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X là:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,53 \cdot 0,21 + 0,47 \cdot 0,17 = 0,1912.$$

Câu 14: Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có 60% về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có 30% ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn 20% số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là 80%. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là 90%. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?

Giải

Gọi biến cố A : “sinh viên đó đi học về muộn”.

Biến cố B_1 : “sinh viên đó tan học về nhà ngay”.

Biến cố B_2 : “sinh viên đó tan học đi chơi game”.

Biến cố B_3 : “sinh viên đó tan học đi chơi với bạn bè”.

Ta có: $P(B_1) = 0,6; P(A|B_1) = 0,3;$

$P(B_2) = 0,2; P(A|B_2) = 0,8;$

$P(B_3) = 0,2; P(A|B_3) = 0,9.$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) \\ &= 0,6.0,3 + 0,2.0,8 + 0,2.0,9 = 0,52. \end{aligned}$$

Câu 15: Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

Giải

Gọi biến cố B_k : “lấy ra được k viên bi trắng từ hộp thứ nhất” trong đó $k = 0, 1, 2, 3$.

Biến cố A : “lấy được viên bi trắng từ hộp thứ hai”. Khi đó:

$$\text{Xác suất lấy ra được 0 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(B_0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42}.$$

$$\text{Xác suất lấy ra được 1 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(B_1) = \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}.$$

$$\text{Xác suất lấy ra được 2 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(B_2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{5}{14}.$$

$$\text{Xác suất lấy ra được 3 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(B_3) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 0 bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(A|B_0) = \frac{5}{12}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(A|B_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 2 bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(A|B_2) = \frac{7}{12}.$$

$$\text{Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 3 bi trắng từ hộp thứ nhất là } P(A|B_3) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_0).P(A|B_0) + P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) \\ &= \frac{5}{42} \cdot \frac{5}{12} + \frac{10}{21} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{12} + \frac{1}{21} \cdot \frac{2}{3} = \frac{19}{36}. \end{aligned}$$

Vậy xác suất để lấy được bi trắng từ hộp thứ hai theo đề bài trên là $\frac{19}{36}$.

DẠNG 5. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC BAYES.

Phương pháp

Công thức Bayes: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

▪ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra. Khi áp dụng giải toán, biến cố cần tìm xác suất chi phối bởi hệ đầy đủ biến cố trước đó. Vì vậy, để giải toán xác suất này ta cần:

- Phân tích kỹ đề bài, linh hoạt liên tưởng vào thực tế.
- Xác định nhóm biến cố đầy đủ ở giai đoạn đầu của sự việc mà bài toán đã đưa ra.
- Gọi tên biến cố xảy ra ở giai đoạn sau liên quan đến nhóm biến cố đầy đủ được xác định trước đó.
- Xác định xác suất của từng biến cố ở hệ đầy đủ, các xác suất có điều kiện của biến cố ở giai đoạn sau với từng biến cố trong hệ đầy đủ.
- Nếu biết biến cố xảy ra trong giai đoạn sau, để xác định xác suất của một biến cố nào đó ở giai đoạn trước liên quan đến biến cố ở giai đoạn sau như thế nào ta sử dụng công thức Bayes.

Câu 16: Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

Lời giải

* Số lượng bi trắng và đen trong hộp chỉ có thể xảy ra 1 trong 5 trường hợp sau:

$$H_4 : 4 \text{ bi trắng} \Rightarrow P(H_4) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_3 : 3 \text{ bi trắng, 1 đen} \Rightarrow P(H_3) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_2 : 2 \text{ bi trắng, 2 đen} \Rightarrow P(H_2) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_1 : 1 \text{ bi trắng, 3 đen} \Rightarrow P(H_1) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_0 : 0 \text{ bi trắng, 4 đen} \Rightarrow P(H_0) = \frac{1}{5} = 0.2$$

Gọi biến cố A là biến cố lấy được 2 bi trắng.

$$P(A|H_4) = 1, P(A|H_3) = \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{2}, P(A|H_2) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}, P(A|H_1) = 0, P(A|H_0) = 0$$

$$P(A) = P(H_0).P(A|H_0) + P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) + P(H_4).P(A|H_4)$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0.2 \times 0 + 0.2 \times 0 + 0.2 \times \frac{1}{6} + 0.2 \times \frac{1}{2} + 0.2 \times 1 \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{3}.$$

Câu 17: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A : “người đó mắc bệnh”

Và B : “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$.

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 18: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

b) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Lời giải

a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “người không nghiện thuốc lá”

và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh X là 26%

b) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh X, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 19: Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu B bị méo cả thu được như A .

a) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

b) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

Lời giải

a) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

Gọi A là biến cố “Phát tín hiệu A ”

B là biến cố “Phát tín hiệu A ”

T_A là biến cố “Phát được tín hiệu A ”

T_B là biến cố “Phát được tín hiệu B ”

Ta cần tính $P(T_A)$

$$\text{Với } P(T_A) = P(A).P(T_A|A) + P(B).P(T_A|B)$$

Ta có

$$P(A) = 0,85$$

$$P(T_B|A) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(T_A|A) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$P(B) = 0,15$$

$$P(T_A|B) = \frac{1}{8}$$

$$\text{Do đó } P(T_A) = P(A).P(T_A|A) + P(B).P(T_A|B) = 0,85 \cdot \frac{6}{7} + 0,15 \cdot \frac{1}{8} = \frac{837}{1120}$$

b) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A|T_A) = \frac{P(A).P(T_A|A)}{P(T_A)} = \frac{0,85 \cdot \frac{6}{7}}{\frac{837}{1120}} = \frac{272}{279}$$

Câu 20: Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm 70% còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm 30% tổng sản phẩm của công ty. Tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm 2% còn của dây chuyền II chiếm 3% tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu

nhien được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm bị lỗi”.

B là biến cố: “Điện thoại được chọn do dây chuyền I sản xuất”.

Suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “Điện thoại được chọn do dây chuyền II sản xuất”.

Ta có $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$;

$P(A|B) = 0,02$ và $P(A|\bar{B}) = 0,03$.

Khi đó xác suất để điện thoại được chọn ra bị lỗi là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,02 + 0,3.0,03 = 0,023.$$

Do điện thoại lấy ra bị lỗi nên xác suất điện thoại đó do dây chuyền I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,02}{0,023} = \frac{14}{23}.$$

Vậy xác suất một chiếc điện thoại bị lỗi được sản xuất bởi dây chuyền I là khoảng 60,87%.

Câu 21: Một nông trại trồng hai loại cây: cây Ngô và cây Đậu. Có 60% diện tích trồng cây của nông trại là cây Ngô và 40% diện tích là trồng cây Đậu. Tỷ lệ cây Ngô bị sâu bệnh là 15% còn tỷ lệ cây Đậu bị sâu bệnh là 10%. Giả sử một cây được kiểm tra và phát hiện bị sâu bệnh. Tính xác suất cây đó là cây Ngô.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Cây bị sâu bệnh”.

B là biến cố: “Cây được kiểm tra là cây Ngô”.

Suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “Cây được kiểm tra là cây Đậu”.

Ta có $P(B) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 1 - 0,6 = 0,4$;

$P(A|B) = 0,15$ và $P(A|\bar{B}) = 0,1$.

Khi đó xác suất để cây được kiểm tra bị sâu bệnh là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,15 + 0,4.0,1 = 0,13.$$

Do cây bị kiểm tra bị sâu bệnh nên xác suất để cây được kiểm tra là cây Ngô là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,15}{0,13} = \frac{9}{13}.$$

Vậy xác suất để cây được kiểm tra và phát hiện bị sâu bệnh là cây Ngô khoảng 69,23%.

Câu 22: Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I, đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Tính xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng;

b) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: “vận động viên thuộc đội I”; B là biến cố: “vận động viên thuộc đội II”;
 E là biến cố: “vận động viên đạt HCV”.

Ta có $B = \bar{A}$ và $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(\bar{A}) = P(B) = \frac{7}{12}$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(E) = P(A)P(E|A) + P(\bar{A})P(E|\bar{A}),$$

Mà +) $P(E|A)$ là xác suất để VĐV thuộc đội I đoạt HCV. Theo bài ra ta có $P(E|A) = 0,65$.

+) $P(E|\bar{A})$ là xác suất để VĐV thuộc đội II đoạt HCV. Theo bài ra ta có $P(E|\bar{A}) = 0,55$

Thay vào ta được $P(E) = \frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55 \approx 0,5917$

b) Theo công thức Bayes và ý a) ta có

$$P(A|E) = \frac{P(A)P(E|A)}{P(E)} \approx \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{0,5917} \approx 0,4577.$$

Câu 23: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%.

a) Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác.

b) Chọn ngẫu nhiên một thư không bị chặn. Tính xác suất để thư đó là thư đúng.

c) Trong số các thư bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư đúng? Trong số các thư không bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư rác?

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: “Thư đó là thư rác”; B là biến cố: “Thư đó là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 0,03$; $P(\bar{A}) = 0,97$; $P(B|A) = 0,95$; $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Theo công thức Bayes cho ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,03 \cdot 0,95}{0,03 \cdot 0,95 + 0,97 \cdot 0,01} \approx 0,746.$$

b) Ta phải tính $P(\bar{A}|\bar{B})$.

Ta có $P(B|\bar{A}) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$; $P(B|A) = 0,95 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,05$.

Công thức Bayes cho ta

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A)P(\bar{B}|A)} = \frac{0,97 \cdot 0,99}{0,97 \cdot 0,99 + 0,03 \cdot 0,05} \approx 0,998.$$

c) +) Từ câu a, ta thấy xác suất một thư là thư rác nếu biết rằng thư đó bị chặn là 0,746. Nghĩa là trong số các thư bị chặn có khoảng 74,6% thư rác. Vậy trong số các thư bị chặn có $100\% - 74,6\% = 25,4\%$ là thư đúng.

+) Từ câu b, ta thấy xác suất để đó là thư đúng nếu biết rằng thư đó không bị chặn là 0,998. Nghĩa là trong số các thư không bị chặn có khoảng 99,8% thư đúng. Vậy trong số các thư không bị chặn có $100\% - 99,8\% = 0,2\%$ là thư rác.

Câu 24: Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 50% số viên bi màu xanh có dán nhãn và 75% số viên bi màu đỏ có dán nhãn; những viên bi còn lại không dán nhãn.

a) chọn số thích hợp điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị: viên bi)

Dán nhãn		
Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ		
Xanh		

b) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét hai biến cố sau:

A: “Viên bi được chọn ra có dán nhãn”

B: “Viên bi được chọn ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần, tính xác suất để viên bi được lấy ra có dán nhãn.

Lời giải

a) Số viên bi màu đỏ có dán nhãn là $75\%.40 = 30$ (viên bi).

Số viên bi màu xanh có dán nhãn là $50\%.60 = 30$ (viên bi).

Ta có bảng sau:

Dán nhãn		
Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

b) Ta có:

$$P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}; \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5};$$

$$P(A|B) = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}; \quad P(A|\bar{B}) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5}.$$

Vậy xác suất để viên bi được lấy ra có dán nhãn bằng $\frac{3}{5}$.

Câu 25: Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70%, còn khi con bò không bị

bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10% . Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000 000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Con bò ở Hà Lan bị bệnh bò điên”;

B : “Con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,000013$; $P(B|A) = 0,7$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,000013.0,7 + (1 - 0,000013).0,1 = 0,1000078.$$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,000013.0,7}{0,1000078} = \frac{91}{1000078}.$$

Vậy xác suất để một con bò Hà Lan bị bệnh bò điên nếu nó phản ứng dương tính với xét nghiệm

$$A \text{ là } \frac{91}{1000078}.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Công thức Bayes được sử dụng để tính xác suất của sự kiện nào sau đây?
A. Xác suất vô điều kiện. **B.** Xác suất có điều kiện.
C. Xác suất của các biến độc lập. **D.** Xác suất của các biến ngẫu nhiên.
- Câu 2:** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,2$ và $P(A|B) = 0,15$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
A. 0,1. **B.** 0,4. **C.** 0,225. **D.** 0,009.
- Câu 3:** Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, số lượng viên bi có dán nhãn được cho trong bảng sau:

Màu bi \ Dán nhãn	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

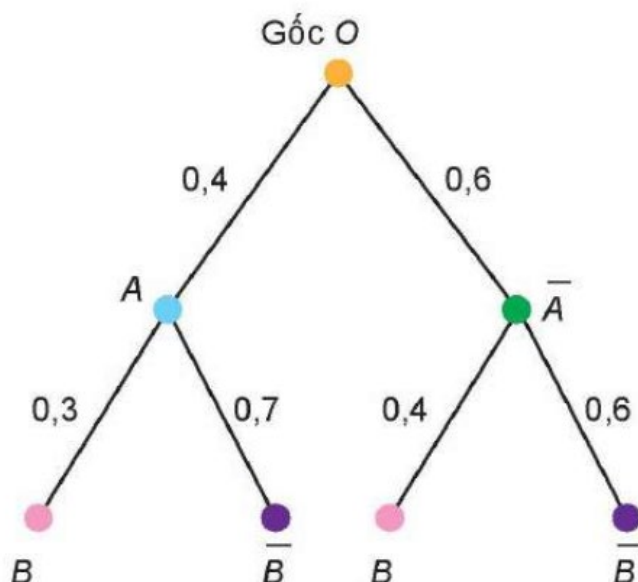
Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, gọi A là biến cố “Viên bi được chọn có dán nhãn” và B là biến cố “Viên bi được chọn có màu đỏ”. Giá trị biểu thức

$P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ bằng

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$. **B.** $P(A|B) = \frac{P(A).P(\bar{A}|B)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

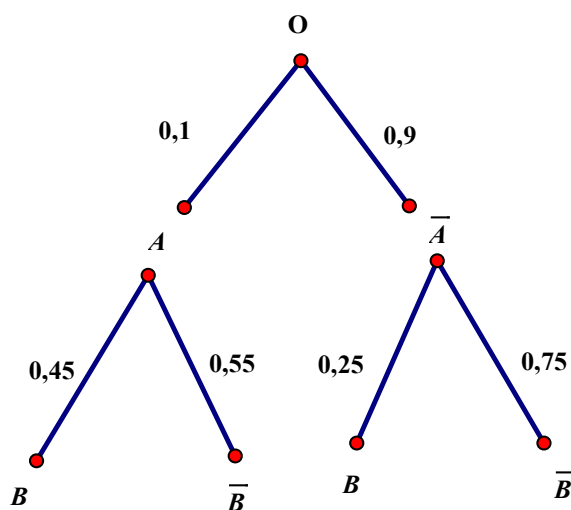
- Câu 5:** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một địa phương X có 40% học sinh lựa chọn khối C01 (gồm các môn Toán - Văn - Vật lí – Công nghệ). Biết rằng tỉ lệ, nếu một học sinh chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 30%; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 40%. Gọi A là biến cố “Học sinh đó chọn tổ hợp C01” và B là biến cố “Học sinh đó đỗ đại học”. Từ đó ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp C01.

- A. $\frac{12}{13}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 6: Tỷ lệ người mắc bệnh nền ở một địa phương là 0,1. Một loại vaccine phòng cúm được tiêm ở địa phương đó. Người bị bệnh nền thì xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,45. Còn người không mắc bệnh nền thì có xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một người tiêm vaccine và người này có phản ứng phụ. Gọi A là biến cố “người được chọn mắc bệnh nền”, B là biến cố “người này có phản ứng phụ”. Ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{102}{191}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{121}{134}$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,45$; $P(A|B) = 0,25$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{9}{32}$. D. $\frac{11}{25}$.

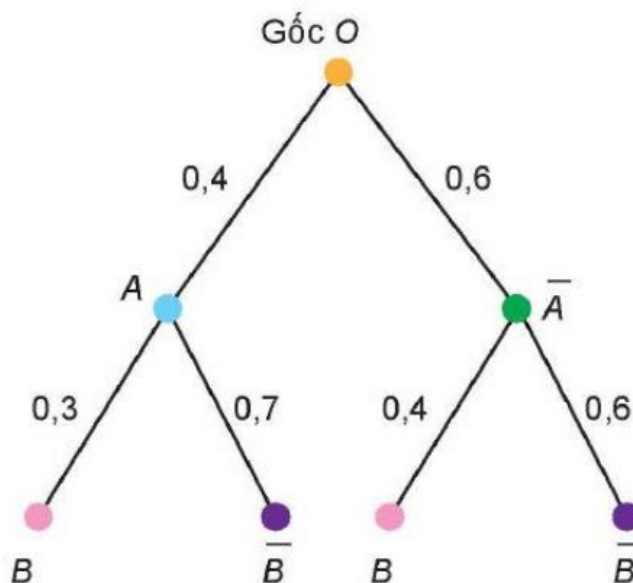
Câu 8: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Thị lực \ Giới tính	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ bằng

- A. 0,5. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,24.

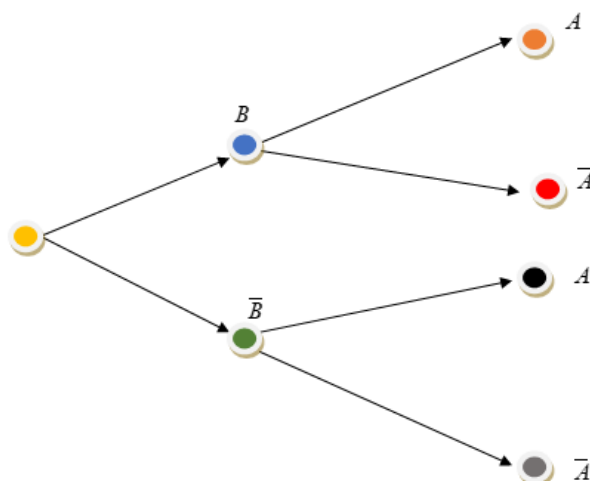
Câu 9: Cho sơ đồ hình cây như sau



Tính xác suất của biến cố B .

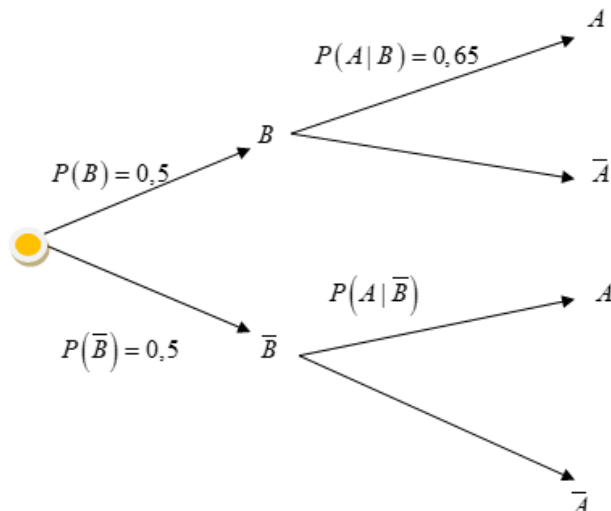
- A. 0,36. B. 0,12. C. 0,51. D. 0,24.

Câu 10: Trong một trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 12A, cô giáo chủ nhiệm treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Bình hái bông hoa đầu tiên, sau đó bạn An hái bông hoa thứ hai. Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn An hái được chứa phiếu có thưởng” và B là biến cố “Bông hoa bạn Bình hái được chứa phiếu có thưởng”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.



- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$.
C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{5}$.

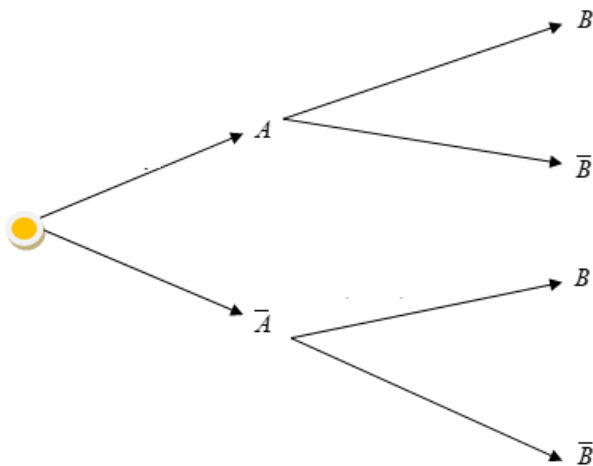
Câu 11: Theo một số liệu thống kê, tỉ lệ người Canada thừa cân là 59,2% và có 65% nam giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. Chọn ngẫu nhiên một người Canada, gọi A là biến cố “Người được chọn là thừa cân” và B là biến cố “Người được chọn là nam giới”. Sơ đồ hình cây mô tả tình huống trên được cho trong hình sau:



Tỉ lệ nữ giới Canada thừa cân là

- A. 35%. B. 54,3%. C. 53,4%. D. 50%.

Câu 12: Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.



- A. 0,75. B. 0,66. C. 0,33. D. 0,6.

Câu 13: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,7$, $P(A|B) = 0,6$, $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A)$.

- A. 0,3. B. 0,54. C. 0,4. D. 0,6.

Câu 14: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. D. $P(A) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

- Câu 15:** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?
- A. $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. B. $P(B) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
 C. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. D. $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.
- Câu 16:** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?
- A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.
 C. $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.
- Câu 17:** Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?
- A. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. B. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.
 C. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. D. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})}$.
- Câu 18:** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng
- A. 0,5. B. 0,6. C. 0,8. D. 0,2.
- Câu 19:** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
- A. 0,1875. B. 0,48. C. 0,333. D. 0,95.
- Câu 20:** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng
- A. 0,7. B. 0,4. C. 0,58. D. 0,52.
- Câu 21:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng
- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{4}{5}$.
- Câu 22:** Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là
- A. $\frac{1}{17}$. B. $\frac{1}{13}$. C. $\frac{2}{17}$. D. $\frac{5}{19}$.

- Câu 23:** Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{9}$.
- Câu 24:** Cho hai biến cố A, B với $P(B)=0,6$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\bar{B})=0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng
- A. 0,58. B. 0,7. C. 0,4. D. 0,52.
- Câu 25:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,6 và 0,3. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.
- A. 0,1. B. 0,33. C. 0,3. D. 0,9.
- Câu 26:** Cho hai biến cố A và B . Biết $P(B)=0,8$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\bar{B})=0,45$, giá trị của $P(B|A)$ bằng
- A. 0,25. B. 0,65. C. $\frac{56}{65}$. D. 0,5.
- Câu 27:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là
- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.
- Câu 28:** Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?
- A. Khoảng 32%. B. Khoảng 47%. C. Khoảng 83%. D. Khoảng 95%.
- Câu 29:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.
- A. 0,74. B. 0,86. C. 0,56. D. 0,68.
- Câu 30:** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).
- A. 0,095. B. 0,746. C. 0,476. D. 0,003.
- Câu 31:** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng
- A. $\frac{15}{35}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

- Câu 32:** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
A. 0,3. **B.** 0,03. **C.** 0,04. **D.** 0,4.
- Câu 33:** Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng
A. 0,7956. **B.** 0,7965. **C.** 0,9756. **D.** 0,9765.
- Câu 34:** Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.
A. $\frac{52}{175}$. **B.** $\frac{52}{177}$. **C.** $\frac{53}{175}$. **D.** $\frac{25}{175}$.
- Câu 35:** Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.
A. $\frac{2}{500}$ **B.** $\frac{27}{500}$ **C.** $\frac{7}{500}$ **D.** $\frac{23}{500}$
- Câu 36:** Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây
A. 0,336. **B.** 0,3344. **C.** 0,337. **D.** 0,335.
- Câu 37:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.
A. $\frac{8}{11}$ **B.** $\frac{7}{15}$ **C.** $\frac{8}{15}$ **D.** $\frac{7}{13}$
- Câu 38:** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?
A. 0,4. **B.** 0,35. **C.** 0,5. **D.** 0,65.
 Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5
- Câu 39:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam
A. $\frac{207}{1230}$ **B.** $\frac{207}{1250}$ **C.** $\frac{10}{27}$ **D.** $\frac{10}{23}$

- Câu 40:** Giả sử tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 20% , tỉ lệ người có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 70%, tỉ lệ người không có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của địa phương X thì khả năng mà người đó có phản ứng phụ sau tiêm là bao nhiêu phần trăm?
- A. 15% . B. 29% . C. 31% . D. 26% .
- Câu 41:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn 1 viên đạn. Tính xác suất để viên đạn trúng đích.
- A. 0,74 . B. 0,7 . C. 0,9 . D. 0,3 .
- Câu 42:** Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I”; B : “Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I”. Hỏi xác suất lần thứ hai bác Tùng lấy ra được chai nước loại I là bao nhiêu?
- A. $\frac{8}{23}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{16}{23}$. D. $\frac{15}{23}$.
- Câu 43:** Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I .
- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{7}{16}$.
- Câu 44:** Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10% . Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là
- A. $\frac{891}{911}$. B. $\frac{891}{911}$. C. $\frac{123}{892}$. D. $\frac{213}{911}$.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Công thức Bayes được sử dụng để tính xác suất của sự kiện nào sau đây?

- A. Xác suất vô điều kiện. **B. Xác suất có điều kiện.**
C. Xác suất của các biến độc lập. **D. Xác suất của các biến ngẫu nhiên.**

Lời giải

Công thức Bayes được sử dụng để tính xác suất có điều kiện của một sự kiện dựa trên thông tin đã biết về một sự kiện khác. Nó cho phép cập nhật xác suất ban đầu với thông tin mới.

Câu 2: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,2$ và $P(A|B) = 0,15$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A. 0,1.** **B. 0,4.** **C. 0,225.** **D. 0,009.**

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,15}{0,3} = 0,1$.

Câu 3: Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, số lượng viên bi có dán nhãn được cho trong bảng sau:

Dán nhãn \ Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, gọi A là biến cố “Viên bi được chọn có dán nhãn” và B là biến cố “Viên bi được chọn có màu đỏ”. Giá trị biểu thức

$P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$.** **B. $\frac{2}{5}$.** **C. $\frac{3}{5}$.** **D. $\frac{1}{2}$.**

Lời giải

Số viên bi có dán nhãn là $30 + 30 = 60$.

Xác suất để chọn được một viên bi có dán nhãn là $P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.

Ta có $P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) = P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$.

B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(\bar{A}|B)}{P(B)}$.

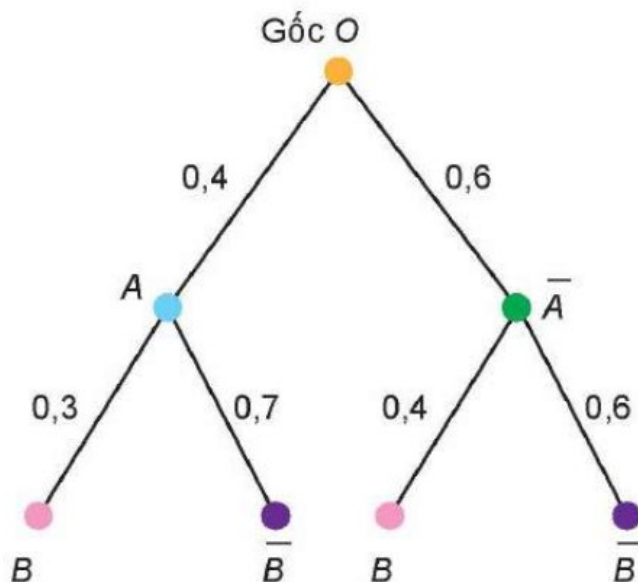
C. $P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)}$.

D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Lời giải

Công thức đúng là $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$.

Câu 5: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một địa phương X có 40% học sinh lựa chọn khối C01 (gồm các môn Toán - Văn - Vật lí – Công nghệ). Biết rằng tỉ lệ, nếu một học sinh chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 30%; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp C01 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 40%. Gọi A là biến cố “Học sinh đó chọn tổ hợp C01” và B là biến cố “Học sinh đó đỗ đại học”. Từ đó ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp C01.

A. $\frac{12}{13}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6$.

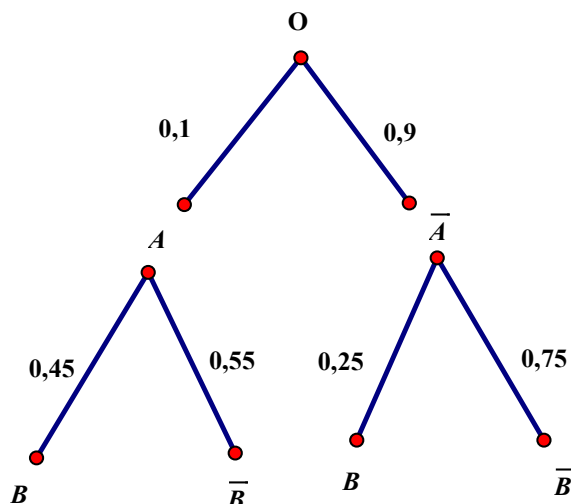
Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A) = 0,3; P(\bar{B}|A) = 0,7$

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A}) = 0,4; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

Khi đó $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,4.0,3}{0,3.0,4 + 0,6.0,4} = \frac{1}{3}$.

Câu 6: Tỉ lệ người mắc bệnh nền ở một địa phương là 0,1. Một loại vaccine phòng cúm được tiêm ở địa phương đó. Người bị bệnh nền thì xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,45. Còn người không mắc bệnh nền thì có xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một người tiêm vaccine

và người này có phản ứng phụ. Gọi A là biến cố “người được chọn mắc bệnh nền”, B là biến cố “người này có phản ứng phụ”. Ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{102}{191}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{121}{134}$.

Lời giải

Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)=0,1, P(\bar{A})=0,9$.

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)=0,45, P(\bar{B}|A)=0,55$

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})=0,25, P(\bar{B}|\bar{A})=0,75$

$$\text{Khi đó } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,1.0,45}{0,1.0,45 + 0,9.0,25} = \frac{1}{6}.$$

Câu 7: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4; P(B)=0,45; P(A|B)=0,25$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

A. $\frac{12}{25}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{9}{32}$.

D. $\frac{11}{25}$.

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,25}{0,4} = \frac{9}{32}.$$

Câu 8: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

	Nam	Nữ
Thị lực		
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

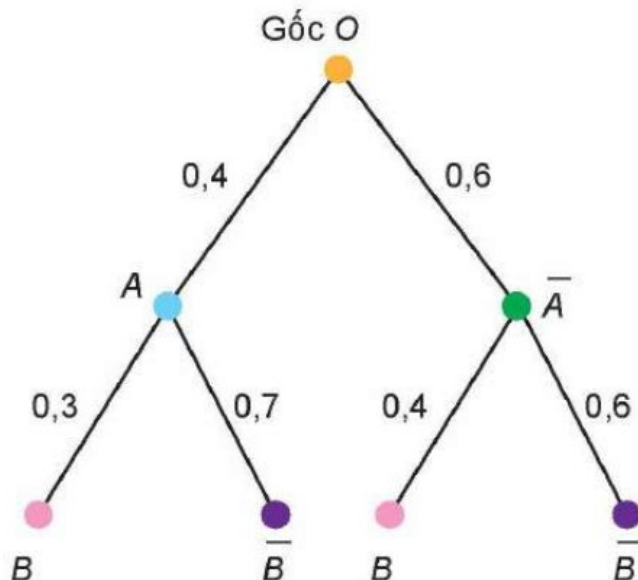
Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$ bằng

- A. 0,5. B. 0,4. **C. 0,3.** D. 0,24.

Lời giải

Ta có $P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=P(A)=\frac{12+18}{100}=\frac{3}{10}=0,3$.

Câu 9: Cho sơ đồ hình cây như sau



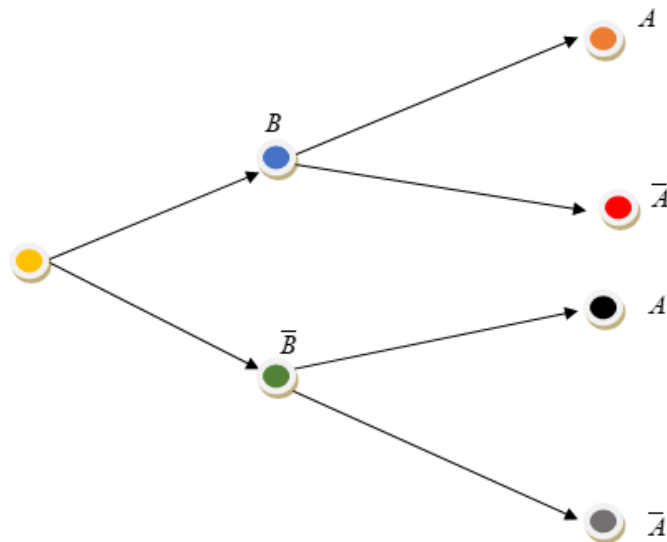
Tính xác suất của biến cố B .

- A. 0,36.** B. 0,12. C. 0,51. D. 0,24.

Lời giải

Ta có $P(B)=0,4.0,6+0,4.0,3=0,36$.

Câu 10: Trong một trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 12A, cô giáo chủ nhiệm treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Bình hái bông hoa đầu tiên, sau đó bạn An hái bông hoa thứ hai. Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn An hái được chứa phiếu có thưởng” và B là biến cố “Bông hoa bạn Bình hái được chứa phiếu có thưởng”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.



A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

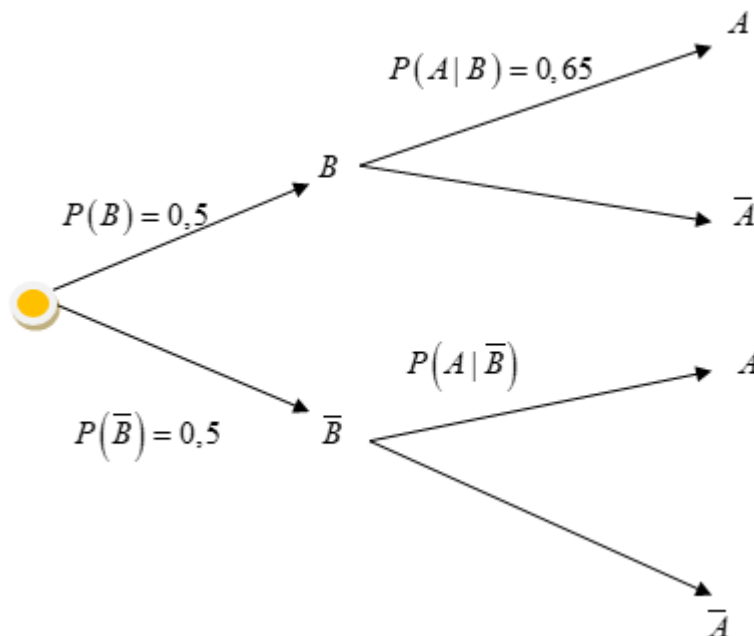
Lời giải

Ta có $P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{2}$; $P(A|B) = \frac{4}{9}$; $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.

Vậy xác suất bạn An hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11: Theo một số liệu thống kê, tỉ lệ người Canada thừa cân là 59,2% và có 65% nam giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. Chọn ngẫu nhiên một người Canada, gọi A là biến cố “Người được chọn là thừa cân” và B là biến cố “Người được chọn là nam giới”. Sơ đồ hình cây mô tả tình huống trên được cho trong hình sau:



Tỉ lệ nữ giới Canada thừa cân là

A. 35%.

B. 54,3%.

C. 53,4%.

D. 50%.

Lời giải

Ta có $P(A) = 59,2\% = 0,592$; $P(B) = P(\bar{B}) = 50\% = 0,5$; $P(A|B) = 65\% = 0,65$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$$

$$\Rightarrow 0,592 = 0,5.0,65 + 0,5.P(A|\bar{B}).$$

$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,534 = 53,4\%.$$

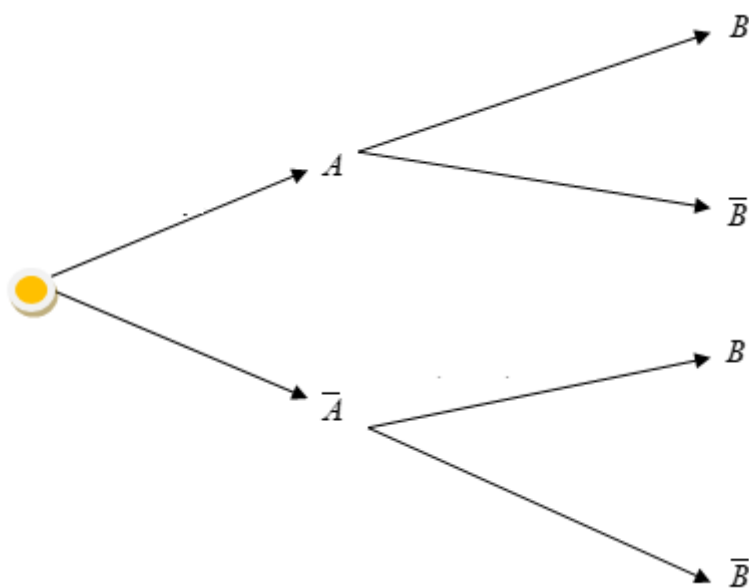
Câu 12: Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

A. 0,75.

B. 0,66.

C. 0,33.

D. 0,6.



Lời giải

Ta có $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = 0,75$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,75 + 0,6.0,6 = 0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn trúng mục tiêu là 0,66.

Câu 13: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,7$, $P(A|B) = 0,6$, $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A)$.

A. 0,3.

B. 0,54.

C. 0,4.

D. 0,6.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,6 + 0,3.0,4 = 0,54.$$

Câu 14: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 15: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(B) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Câu 16: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. **B.** $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

Câu 17: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. **B.** $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.
C. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. **D.** $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$.

Câu 18: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,6. **C.** 0,8. **D.** 0,2.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,4}{0,3} = 0,8$.

- Câu 19:** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
A. 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{0,4} = 0,1875$.

- Câu 20:** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng
A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

- Câu 21:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng
A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”; B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

- Câu 22:** Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là
A. $\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{2}{17}$. **D.** $\frac{5}{19}$.

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố sản phẩm thứ nhất, sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng.

Nếu sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng thì còn 49 sản phẩm không đạt chất lượng trong

tổng số 849 sản phẩm nên $P(A_2|A_1) = \frac{49}{849}$.

$$\text{Ta có } P(A_1) = \frac{50}{850}, P(\bar{A}_1) = \frac{800}{850} \text{ và } P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{849}$$

Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

$$P(A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{850} \cdot \frac{49}{849} + \frac{800}{850} \cdot \frac{50}{849} = \frac{1}{17}.$$

Câu 23: Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. **C. $\frac{1}{2}$.** D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bông hoa bạn Nam hái được chứa phiếu có thưởng”, B là biến cố “Bông hoa bạn Việt hái được chứa phiếu có thưởng”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{2}, P(A|B) = \frac{4}{9}; P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}.$$

Xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{2}.$$

Câu 24: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

- A. 0,58.** B. 0,7. C. 0,4. D. 0,52.

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,6$. Suy ra $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,4$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58.$$

Câu 25: Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,6 và 0,3. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

- A. 0,1. **B. 0,33.** C. 0,3. D. 0,9.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Tuyến phố X bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng đó có mưa”

Theo đề ta có: $P(B) = 0,1$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$

Suy ra $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,1.0,6 + 0,9.0,3 = 0,33.$$

Câu 26: Cho hai biến cố A và B . Biết $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,45$, giá trị của $P(B|A)$ bằng

- A. 0,25. B. 0,65. **C. $\frac{56}{65}$.** D. 0,5.

Lời giải

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$ nên

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65.$$

$$\text{Do đó theo công thức Bayes ta có } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8.0,7}{0,65} = \frac{56}{65}.$$

Câu 27: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”; $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”; B là biến cố “người đó bị bệnh phổi”. Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có $P(A) = 0,2$; $P(B|A) = 0,7$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26.$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$.

$$\text{Theo công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

Câu 28: Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

A. Khoảng 32%.

B. Khoảng 47%.

C. Khoảng 83%.

D. Khoảng 95%.

Lời giải

Để giải câu hỏi này, chúng ta sẽ sử dụng công thức Bayes.

Ta gọi:

Gọi B là biến cố người mắc bệnh, có $P(B) = 1\% = 0,01$.

$\bar{B}$ là biến cố người không mắc bệnh, có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Gọi D là biến cố người đó được xét nghiệm có kết quả dương tính. Khi đó

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu mắc bệnh là $P(D|B) = 95\% = 0,95$.

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu không mắc bệnh là $P(D|\bar{B}) = 2\% = 0,02$.

Dùng công thức Bayes để tính xác suất mắc bệnh khi có kết quả xét nghiệm dương tính:

$$P(B|D) = \frac{P(B).P(D|B)}{P(D)}$$

$$P(D) = P(B).P(D|B) + P(\bar{B}).P(D|\bar{B}) = 0,95.0,01 + 0,02.0,99 = 0,0293.$$

$$\text{Suy ra, } P(B|D) = \frac{0,95.0,01}{0,0293} \approx 0,3242.$$

Vậy xác suất người đó thực sự mắc bệnh là khoảng 32%.

Câu 29: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

A. 0,74.

B. 0,86.

C. 0,56.

D. 0,68.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”

B là biến cố “Chọn xạ thủ loại I bắn”.

$$P(B) = \frac{2}{10} = 0,2, \quad P(A|B) = 0,9$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,2 = 0,8, \quad P(A|\bar{B}) = 0,7$$

Theo công thức xác suất thành phần ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,74.$$

Câu 30: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. 0,095.

B. 0,746.

C. 0,476.

D. 0,003.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”

B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 3\% = 0,03$;

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,03 = 0,97; \quad P(B|A) = 0,95; \quad P(B|\bar{A}) = 0,01.$$

Công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,03 \cdot 0,95}{0,03 \cdot 0,95 + 0,97 \cdot 0,01} \approx 0,746.$$

Câu 31: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

A. $\frac{15}{35}$.

B. $\frac{16}{35}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: “Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên”;

B: “Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội”.

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Câu 32: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên,

có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

A. 0,3.

B. 0,03.

C. 0,04.

D. 0,4.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$;

$P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03.$$

Câu 33: Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

A. 0,7956.

B. 0,7965.

C. 0,9756.

D. 0,9765.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng";

B: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng".

Ta có: $P(A) = 0,65$; $P(\bar{A}) = 0,35$; $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$;

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

Câu 34: Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

A. $\frac{52}{175}$.

B. $\frac{52}{177}$.

C. $\frac{53}{175}$.

D. $\frac{25}{175}$.

Lời giải

Gọi A "Hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới"

B_0 "Lấy ra một chiếc bút cũ" và B_1 "Lấy ra một chiếc bút mới"

Nên B_0, B_1 là hệ biến cố đầy đủ.

Từ 15 chiếc bút có 9 chiếc bút mới và 6 chiếc bút cũ

$$\text{Ta có: } P(B_0) = \frac{C_6^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{5}, P(B_1) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|B_0) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35} \text{ và } P(A|B_1) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(A|B_0).P(B_0) + P(A|B_1).P(B_1) = \frac{12}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{5} = \frac{52}{175}$$

Câu 35: Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

A. $\frac{2}{500}$

B. $\frac{27}{500}$

C. $\frac{7}{500}$

D. $\frac{23}{500}$

Lời giải

Gọi B "Đề một khách ở phòng điều hòa bị hỏng"

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố Khách nghỉ tại ba khách sạn A, B, C

Ta có: $P(A) = 20\% = 0,2$, $P(B) = 50\% = 0,5$, $P(C) = 30\% = 0,3$, $P(H|A) = 5\% = 0,05$,

$P(H|B) = 4\% = 0,04$, $P(H|C) = 8\% = 0,08$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(H) = P(H|A).P(A) + P(H|B).P(B) + P(H|C).P(C)$$

$$= 0,05.0,2 + 0,04.0,5 + 0,08.0,3 = \frac{27}{500}$$

Câu 36: Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây

A. 0,336.

B. 0,3344.

C. 0,337.

D. 0,335.

Lời giải

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố gọi một sinh viên Giỏi, Khá, Trung Bình

Nên A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B "Sinh viên đó trả lời được 4 câu hỏi"

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{5}; P(A_2) = \frac{C_3^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$$

Ta lại có:

2 sinh viên Giỏi (trả lời 100% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20 câu hỏi

3 sinh viên Khá (trả lời 80% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời $20.80\% = 16$ câu hỏi.

5 sinh viên Trung Bình (trả lời 50% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời $20.50\% = 10$ câu hỏi.

$$\text{Từ đó } P(B|A_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} = 1, P(B|A_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} = \frac{364}{969}, P(B|A_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{14}{323}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3)$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{5} + \frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10} + \frac{14}{323} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{323}$$

Xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá là $P(A_2|B)$

Áp dụng công thức Bayes $P(A_2 | B) = \frac{P(B | A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{108}{323}} = \frac{91}{270} \approx 0,337$

Câu 37: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

A. $\frac{8}{11}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{7}{13}$

Lời giải

Gọi A_1 : “Lấy ra một bi một màu xanh ở hộp thứ nhất”

Và A_2 : “Lấy ra một bi một màu đỏ ở hộp thứ nhất”

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B : “Hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ”

Ta có: $P(A_1) = \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}$; $P(A_2) = \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{2}{3}$

$P(B | A_1) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$; $P(B | A_2) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B | A_1) \cdot P(A_1) + P(B | A_2) \cdot P(A_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2 | B) = \frac{P(B | A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{28}{55} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11}$$

Câu 38: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A | B)$

Với $P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})}$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 39: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

A. $\frac{207}{1230}$

B. $\frac{207}{1250}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{10}{23}$

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật”

$$P(A_1) = 52\% = 0,52, P(A_2) = 1 - 0,52 = 0,48.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,18.0,52 + 0,15.0,48 = \frac{207}{1250} = 0,1656$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15.0,48}{0,1656} = \frac{10}{23}$$

Câu 40: Giả sử tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 20%, tỉ lệ người có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 70%, tỉ lệ người không có bệnh nền có phản ứng phụ sau tiêm là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của địa phương X thì khả năng mà người đó có phản ứng phụ sau tiêm là bao nhiêu phần trăm?

A. 15%.

B. 29%.

C. 31%.

D. 26%.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người có bệnh nền”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không có bệnh nền”.

Gọi B là biến cố “người có phản ứng phụ sau tiêm”.

Để người mà ta gặp có phản ứng phụ sau tiêm thì người đó có bệnh nền hoặc không có bệnh nền.

Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

$$\text{Ta có } P(A) = 0,2$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26.$$

Do đó tỉ lệ người dân của địa phương X có phản ứng phụ sau tiêm là 26%.

Câu 41: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn 1 viên đạn. Tính xác suất để viên đạn trúng đích.

A. 0,74.

B. 0,7.

C. 0,9.

D. 0,3.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

Gọi B là biến cố “Chọn xạ thủ loại I bắn”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “Chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{2}{10} = 0,2; P(\bar{B}) = \frac{8}{10} = 0,8.$$

$$P(A|B) = 0,9; P(A|\bar{B}) = 0,7.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Câu 42: Một kết nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I”; B : “Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I”. Hỏi xác suất lần thứ hai bác Tùng lấy ra được chai nước loại I là bao nhiêu?

A. $\frac{8}{23}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{16}{23}$.

D. $\frac{15}{23}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}; P(\bar{A}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II. Suy ra $P(B|A) = \frac{15}{23}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II. Suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{16}{23}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}.$$

Câu 43: Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.

A. $\frac{8}{11}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{7}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “ Vận động viên được chọn thuộc đội II”.

B là biến cố: “ Vận động viên được chọn đạt huy chương bạc”.

Khi đó $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Trong đó: $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = 0,7$.

$P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Suy ra: $P(B) = \frac{2}{5}.0,7 + \frac{3}{5}.0,6 = \frac{16}{25}$.

Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{5}.0,7}{\frac{16}{25}} = \frac{7}{16}$.

Câu 44: Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

A. $\frac{891}{911}$.

B. $\frac{891}{911}$.

C. $\frac{123}{892}$.

D. $\frac{213}{911}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác”, B là biến cố: “cuộc gọi chọn bị chặn” thì $\bar{B}$ là biến cố: “cuộc gọi được chọn không bị chặn”.

Theo đầu bài ta có: $P(A) = 0,1$, $P(\bar{A}) = 0,9$, $P(B|A) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Ta có: $P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,8.0,1 + 0,01.0,9 = 0,089$.

Vì $P(B|\bar{A}) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$, $P(B|A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A).P(\bar{B}|A)} = \frac{0,9.0,99}{0,9.0,99 + 0,1.0,2} = \frac{891}{911}.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

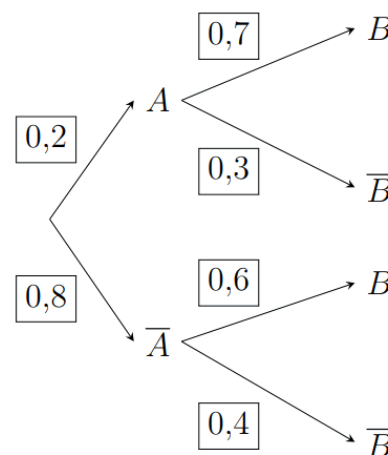
PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây và cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai:

- Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.
- Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.
- Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.
- Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là 0,726.

Câu 2: Cho sơ đồ hình cây như hình bên.

- $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$
- $P(B|A) = 0,6$.
- $P(B) = 0,62$.
- $P(\bar{B}) = 0,4$.



Câu 3: Hai công nhân cần phải hoàn thành số sản phẩm nhất định.

Công nhân thứ nhất phải làm 45% số sản phẩm, công nhân thứ hai phải làm 55% số sản phẩm. Khả năng xảy ra sai sót của công nhân thứ nhất là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố “Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất”, B là biến cố “Sản phẩm được chọn bị lỗi”.

- $P(A) = 0,5$
- Xác suất sản phẩm được chọn là sản phẩm bị lỗi của công nhân thứ nhất là $P(B|A) = 0,03$.
- $P(B) = 0,02$.
- Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là $P(A|B) = \frac{27}{38}$.

- Câu 4:** Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là $0,5\%$, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4% . Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và B là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”.
- Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$
 - Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|A) = 0,04$.
 - Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.
 - Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.
- Câu 5:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60% .
- Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là $0,5$.
 - Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là $0,5$.
 - Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là $0,6$.
 - Xác suất để cây con có kiểu gene bb là $0,49$.
- Câu 6:** Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.
- Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.
 - Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.
 - Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.
 - Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.
- Câu 7:** Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.
- Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.
- $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.
 - $P(B|A) = \frac{1}{15}$.
 - $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{35}$.
 - $P(B) = \frac{14}{45}$.

Câu 8: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

Số học sinh \ Kết quả	Kết quả	
	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
Tham gia câu lạc bộ	255	45
Không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" và B là biến cố: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

- $P(A) = 0,2$.
- $P(B|A) = 0,82$.
- $P(B) = 0,26$.
- $P(A|B) = 0,68$.

Câu 9: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ"

- Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.
- Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.
- Gọi $\bar{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.
- Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Câu 10: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

- Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.
- Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.
- Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.
- Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

Câu 11: Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

- a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.
- b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.
- c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.
- d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 12: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

- a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.
- b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.
- c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.
- d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

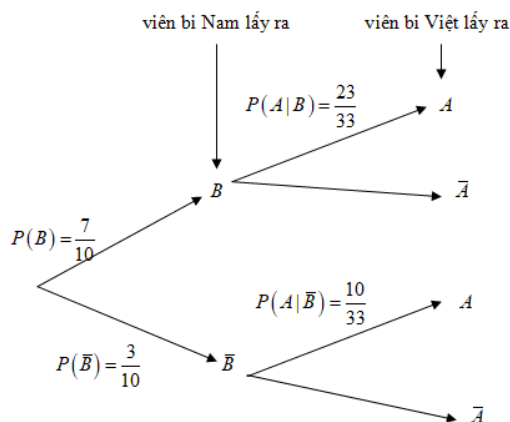
Câu 13: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

- a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.
- b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.
- c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.
- d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Câu 14: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Câu 15: Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Mỗi khẳng định dưới đây **đúng** hay **sai**?

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$.

Câu 16: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp $B00$ (gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn tổ hợp $B00$ "; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ đại học".

Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$.

b) xác suất $P(B|A) = 0,4$.

c) xác suất $P(B|\bar{A})$ thuộc khoảng $(0,2; 0,5)$.

d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn $\frac{2}{3}$.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Câu 1: Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây và cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai:

- a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.
- b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.
- c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.
- d) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là 0,726.

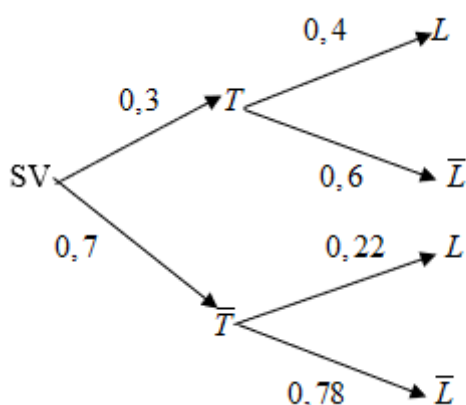
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Giả sử T là biến cố “Gặp sinh viên thi trượt môn Toán”, có $P(T) = 0,3$.

L là biến cố “Gặp sinh viên thi trượt môn Tâm lý”, có $P(L) = 0,22$. Khi đó $P(L|T) = 0,4$.

Sơ đồ hình cây:



- a) Sai. Vì xác suất gặp sinh viên thi trượt cả môn Toán và Tâm Lý là $P(TL) = P(T)P(L|T) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$.
- b) Đúng. Xác suất gặp sinh viên đậu cả môn Toán và Tâm lý là $P(\overline{TL}) = 1 - P(T \cup L) = 1 - P(T) - P(L) + P(TL) = 1 - 0,3 - 0,22 + 0,12 = 0,6$.

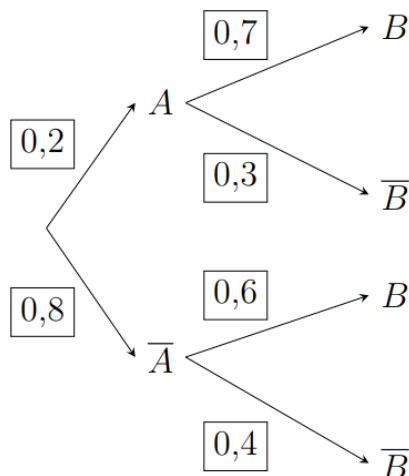
c) Sai. Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán, biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là

$$P(\bar{T} | L) = \frac{P(\bar{T}L)}{P(L)} = \frac{P(L) - P(TL)}{P(L)} = \frac{0,22 - 0,12}{0,22} = 0,45.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là

$$P(\bar{L}) = P(T) \cdot P(\bar{L} | T) + P(\bar{T}) \cdot P(\bar{L} | \bar{T}) = 0,3 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,78 = 0,726.$$

Câu 2: Cho sơ đồ hình cây như hình bên.



a) $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$

b) $P(B | A) = 0,6.$

c) $P(B) = 0,62.$

d) $P(\bar{B}) = 0,4.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}).$

b) Sai.

Dựa vào sơ đồ cây ta có $P(B | A) = 0,7.$

c) Đúng.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62.$

d) Sai.

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,38.$

Câu 3: Hai công nhân cần phải hoàn thành số sản phẩm nhất định. Công nhân thứ nhất phải làm 45% số sản phẩm, công nhân thứ hai phải làm 55% số sản phẩm. Khả năng xảy ra sai sót của công nhân thứ nhất là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố “Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất”, B là biến cố “Sản phẩm được chọn bị lỗi”.

a) $P(A) = 0,5$

b) Xác suất sản phẩm được chọn là sản phẩm bị lỗi của công nhân thứ nhất là $P(B | A) = 0,03.$

c) $P(B) = 0,02.$

d) Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là $P(A|B) = \frac{27}{38}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

$$P(A) = 0,45$$

b) Đúng.

Do tỉ lệ sản phẩm lỗi của công nhân thứ nhất là 3% nên $P(B|A) = 0,03$.

c) Sai.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,55.$$

Do tỉ lệ sản phẩm của công nhân số hai là 1% nên $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

$$\text{Vậy } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,01 = 0,019.$$

d) Đúng.

Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot 0,03}{0,019} = \frac{27}{38}.$$

Câu 4: Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và B là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”.

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|A) = 0,04$.

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Người được chọn không mắc bệnh có tỉ lệ $P(A) = 1 - 0,5\% = 0,995$

b) Đúng.

Do trong số những người không mắc bệnh có 4% phản ứng dương tính nên $P(B|A) = 0,04$.

c) Sai.

Những người mắc bệnh đều có phản ứng dương tính nên $P(B|\bar{A}) = 1$.

d) Đúng.

Khả năng mắc bệnh của một người có phản ứng dương tính là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(\bar{A})P(B|\bar{A}) + P(A)P(B|A)} = \frac{0,005 \cdot 1}{0,005 \cdot 1 + 0,995 \cdot 0,04} = \frac{25}{224}.$$

Câu 5: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%.

- Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là 0,5.
- Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là 0,5.
- Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là 0,6.
- Xác suất để cây con có kiểu gene bb là 0,49.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb”;

M là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây bố”;

N là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây mẹ”;

E là biến cố: “Cây con có kiểu gene bb”.

Theo giả thiết, M và N độc lập nên $P(E) = P(M) \cdot P(N)$.

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(A) \cdot P(M|A) + P(\bar{A}) \cdot P(M|\bar{A})$ (*).

Ta có $P(A) = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$.

a) Sai.

$P(M|A)$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb. Do đó $P(M|A) = 1$.

b) Đúng.

$P(M|\bar{A})$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb. Do đó $P(M|\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

c) Sai.

Thay vào (*) ta được: $P(M) = 0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,4 + 0,3 = 0,7$.

d) Đúng.

Tương tự tính được $P(N) = 0,7$.

Vậy $P(E) = P(M) \cdot P(N) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$.

Từ kết quả trên suy ra trong một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây bố và cây mẹ mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%, thì tỉ lệ cây con có kiểu gene bb là khoảng 49%.

Câu 6: Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75.

- Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.

- b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2 .
- c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35 .
- d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Gọi A là biến cố ‘An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán’ và B là biến cố ‘An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì’. Ta có: $P(A) = 0,75$, $P(\bar{A}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

a) Đúng. Vì theo giả thiết, nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Vậy, nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $P(\bar{B} | A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

b) Sai. Vì theo giả thiết, nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Vậy, nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$.

c) Sai. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,75.0,1 + 0,25.0,85 = 0,2875.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,75.0,9 + 0,25.0,15 = 0,7125.$$

Hoặc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,2875 = 0,7125$.

Câu 7: Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố ‘Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất’ và B là biến cố ‘Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai’.

a) $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.

b) $P(B | A) = \frac{1}{15}$.

c) $P(B | \bar{A}) = \frac{12}{35}$.

d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Ta có: $P(A) = \frac{5}{12} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{12}$.

b) Nếu A xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 7 bi xanh và 8 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách.

Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_8^2 cách.

$$\text{Suy ra: } P(B|A) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}.$$

c) Nếu A không xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 6 bi xanh và 9 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách.

Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_9^2 cách.

$$\text{Suy ra: } P(B|\bar{A}) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35}.$$

d) Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15} + \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{35} = \frac{14}{45}.$$

Câu 8: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

nh	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
a câu lạc bộ	255	45
không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" và B là biến cố: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar". Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) $P(A) = 0,2$.

b) $P(B|A) = 0,82$.

c) $P(B) = 0,26$.

d) $P(A|B) = 0,68$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ 1500 học sinh: $n(\Omega) = C_{1500}^1 = 1500$.

a) Số học sinh của câu lạc bộ âm nhạc là: $255 + 45 = 300$.

A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" khi đó $n(A) = C_{300}^1 = 300$.

Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{300}{1500} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Vậy a) đúng.

b) Khi biến cố A xảy ra, ta có: $P(B|A) = \frac{255}{300} = 0,85$.

Vậy b) sai.

c) Ta có: $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = \frac{120}{120+1080} = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Vậy c) sai.

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68.$$

Vậy d) đúng.

Câu 9: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó

$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì

$$P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}.$$

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

Ta có: B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ” nên

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

ĐÚNG.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó

$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7 bi đỏ và 4 bi xanh nên $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

ĐÚNG.

c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì

$$P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$$

Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh”

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển,

hộp thứ hai có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$.

SAI.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot \frac{7}{11} + 0,5 \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}.$$

ĐÚNG.

Câu 10: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\% \cdot 50 = 30$.

ĐÚNG.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

Số viên bi màu vàng không đánh số là $50\% \cdot 30 = 15$.

ĐÚNG.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

và B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

SAI.

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

ĐÚNG.

Câu 11: Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Gọi B_1 là biến cố: “Lô lấy ra là lô I”

Gọi B_2 là biến cố: “Lô lấy ra là lô II”

a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”

$$\text{Ta có: } P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)$$

$$\text{Mà } P(B_1) = \frac{1}{2}, P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_1) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}.$$

ĐÚNG.

b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

ĐÚNG.

c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

$$\text{Ta có: } P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, P(A) = \frac{5}{8}$$

$$\text{Vậy } P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5}.$$

ĐÚNG.

d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \quad P(B_1) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}|B_1) = \frac{1}{4}$$

$$P(B_1|\bar{A}) = \frac{P(B_1) \cdot P(\bar{A}|B_1)}{P(\bar{A})} = \frac{0,5 \cdot 0,25}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}.$$

SAI.

Câu 12: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^2 = 78$ cách.

ĐÚNG.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2 = 45$ cách.

Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

SAI.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

Gọi A : “Chọn được trong thùng một hộp loại I”.

Và B : “Chọn được trong thùng một hộp loại II”.

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố “Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt”.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là $P(C|A) = \frac{C_{13}^2}{C_{15}^2} = \frac{26}{35}$.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P(C|B) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B) = \frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{87}{175}.$$

ĐÚNG.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là

$$\text{Công thức Bayes: } P(A|C) = \frac{P(C|A) \cdot P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{87}{175}} = \frac{52}{87}.$$

ĐÚNG.

Câu 13: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

Gọi A : “Email nhận được là email rác”.

Và B : “Email bị lọc đúng email rác của hệ thống lọc email rác”.

Vì 5% email nhận được là rác nên xác suất nhận được một email rác là $P(A) = 5\% = 0,05$

ĐÚNG.

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

Xác suất email bị lọc của email rác là $P(B|A) = 95\% = 0,95$.

SAI.

c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

Xác suất email nhận được không phải rác là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Xác suất email bị lọc của email không phải rác là $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Vậy xác suất chọn một email bị lọc bất kể là rác hay không là

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,95 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,95 = 0,1425.$$

ĐÚNG.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là

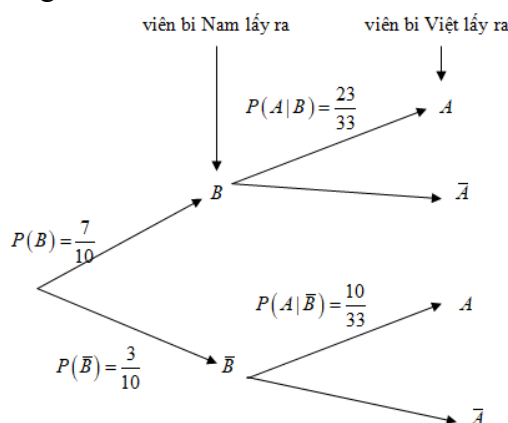
$$\text{Công thức Bayes: } P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,95 \cdot 0,05}{0,1425} = \frac{1}{3}.$$

SAI.

Câu 14: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

và B là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

ĐÚNG.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

Ta có:

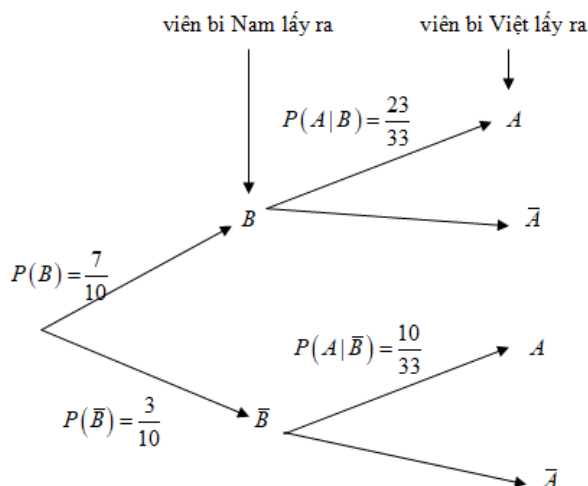
$$P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{70.69}{70.99} = \frac{23}{33}$$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{23}{33} = \frac{10}{33}$$

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



ĐÚNG.

c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{33} + \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{33} = \frac{191}{330}$$

ĐÚNG.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{191}{330} = \frac{139}{330}$$

ĐÚNG.

Câu 15: Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Mỗi khẳng định dưới đây **đúng** hay **sai**?

- Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.
- Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.
- Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi A là biến cố “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính” và B là biến cố “Người nhiễm virus”.

a) sai.

Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là.

$$P(\bar{A}|B) = 0,238.$$

b) đúng.

Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,991. \text{ Suy ra } P(A|\bar{B}) = 1 - 0,991 = 0,009.$$

Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

c) đúng.

Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P(B) = 0,01$ và $P(\bar{B}) = 0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,762 + 0,99 \cdot 0,009 = 0,01653 \approx 0,017$$

d) đúng.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh khi có kết quả chuẩn đoán là dương tính là

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,01 \cdot 0,762}{0,017} = \frac{381}{850}.$$

Câu 16: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp $B00$ (gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp $B00$ ”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$.

b) xác suất $P(B|A) = 0,4$.

c) xác suất $P(B|\bar{A})$ thuộc khoảng $(0,2; 0,5)$.

d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $\bar{A}$ là biến cố: “Học sinh đó không chọn tổ hợp $B00$ ”

$$\text{Ta có: } P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

Vậy a) đúng.

b) $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp $B00$

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

Vậy b) sai.

c) $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp B00. Ta có: $P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Vậy c) sai.

d) Theo công thức Bayes, ta có:
$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,5}{0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,7} = \frac{10}{13}.$$

Vậy d) đúng.



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

Câu 2: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

	Đánh số	Có đánh số	Không đánh số
Màu quả cầu			
Đỏ		20	20
Vàng		36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Câu 4: Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Câu 5: Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Chuồng Màu	Chuồng I	Chuồng II
Thỏ trắng	9	13
Thỏ nâu	11	7

Bạn An bắt ngẫu nhiên một chú thỏ trắng, tính xác suất thỏ trắng đó thuộc chuồng II? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 7: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Xưởng Loại máy	Xưởng I	Xưởng II
Loại 1	23	19
Loại 2	27	31

Mỗi ngày Bình sẽ làm việc cho một xưởng ngẫu nhiên và phụ trách ngẫu nhiên một loại máy loại 1 hoặc 2. Hôm nay Bình gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối. Nếu xuất hiện mặt 3 chấm thì Bình đi làm xưởng I và ngược lại thì qua làm xưởng II. Giả sử Bình phụ trách máy loại 2, tính xác suất đó là máy của xưởng I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 8: Một loại thuốc do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 6%; 7%. Trong một lô thuốc được bán ra thị trường gồm 450 sản phẩm của nhà máy I và 550 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng đã mua ngẫu nhiên một sản phẩm của lô hàng đó. Giả sử thuốc được mua là phế phẩm. Tính xác suất sản phẩm thuốc được mua này thuộc nhà máy I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 9: Một kho hàng có 90% sản phẩm loại I và 10% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 6% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B : "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng"

Hỏi xác suất khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 10: Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- Câu 11:** Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 12:** Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?
- Câu 13:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 14:** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 15:** Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 0,04; 0,03. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.
- Câu 16:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là 0,9 và 0,7. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 17:** Cho hộp I chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh, hộp II chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Nếu chọn một hộp ngẫu nhiên và lấy ra một quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó thuộc về hộp I? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 18:** Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.
- Câu 19:** Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 20:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố H, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,7 và 0,2. Xác suất có mưa vào buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.
- Câu 21:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường (đơn vị %). *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

- Câu 22:** Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.
- Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 23:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.
- Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 24:** Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 25:** Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*
- Câu 26:** Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: *Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.* Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

Lời giải

Trả lời: 4

Các khẳng định (1) (2) (3) (4) là các khẳng định đúng

Khẳng định (5) sai.

Thật vậy ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

Câu 2: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,26

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

Với $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

Ta có $P(A) = 0,2$, $P(B|A) = 0,7$, $P(\bar{A}) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Vậy $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$

Câu 3: Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Đánh số Màu quả cầu	Có đánh số	Không đánh số
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Lời giải

Trả lời: 0,56.

Ta có

$$P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}; \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}; \quad P(A|\bar{B}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{25} = 0,56.$$

Câu 4: Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,3.

Xét các biến cố A : "Chọn được người bị bệnh cúm";

B : "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó $P(A) = 0,25$; $P(\bar{A}) = 0,75$; $P(B|A) = 0,96$; $P(B|\bar{A}) = 0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,96 + 0,75.0,08 = 0,3.$$

Câu 5: Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

Ta có

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B|A) = 0,72$$

$$P(\bar{A}) = 0,75$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,14$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285$$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,29.

Câu 6: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Chuồng Màu	Chuồng I	Chuồng II
Thỏ trắng	9	13
Thỏ nâu	11	7

Bạn An bắt ngẫu nhiên một chú thỏ trắng, tính xác suất thỏ trắng đó thuộc chuồng II? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,59

Gọi A là biến cố: “Chọn được chuồng II”.

Gọi B là biến cố: “An bắt được thỏ trắng”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}) = \frac{1}{2}, P(B|A) = \frac{13}{20}, P(B|\bar{A}) = \frac{9}{20}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{13}{22}.$$

Câu 7: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Xưởng Loại máy	Xưởng I	Xưởng II
Loại 1	23	19
Loại 2	27	31

Mỗi ngày Bình sẽ làm việc cho một xưởng ngẫu nhiên và phụ trách ngẫu nhiên một loại máy loại 1 hoặc 2. Hôm nay Bình gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối. Nếu xuất hiện mặt 3 chấm thì Bình đi làm xưởng I và ngược lại thì qua làm xưởng II. Giả sử Bình phụ trách máy loại 2, tính xác suất đó là máy của xưởng I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,15

Gọi A là biến cố: “Chọn được xưởng I”.

Gọi B là biến cố: “Bình chọn được máy loại 2”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{6}, P(\bar{A}) = \frac{5}{6}, P(B|A) = \frac{27}{50}, P(B|\bar{A}) = \frac{31}{50}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{27}{182}.$$

Câu 8: Một loại thuốc do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 6%; 7%. Trong một lô thuốc được bán ra thị trường gồm 450 sản phẩm của nhà máy I và 550 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng đã mua ngẫu nhiên một sản phẩm của lô hàng đó. Giả sử thuốc được mua là phế phẩm. Tính xác suất sản phẩm thuốc được mua này thuộc nhà máy I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,41

Ta xét các biến cố

A : “Sản phẩm được mua là phế phẩm”

B : “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{450}{1000} = 0,45$; $P(\bar{B}) = \frac{550}{1000} = 0,55$;

$$P(A|B) = 0,06; P(A|\bar{B}) = 0,07$$

Theo công thức toàn phần xác suất mua phải thuốc là phế phẩm là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,45.0,06 + 0,55.0,07 = 0,0655.$$

Mặt khác theo công thức Bayes thì xác suất sản phẩm là phế phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,06}{0,0655} = \frac{54}{131} \approx 0,41.$$

Câu 9: Một kho hàng có 90% sản phẩm loại I và 10% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 6% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B : "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng"

Hỏi xác suất khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,99

Ta có: $P(A) = 0,9; P(\bar{A}) = 0,1$

$$P(\bar{B}|A) = 0,01 \Rightarrow P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99.$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,06 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,9.0,99 + 0,1.0,94 = 0,985.$$

Câu 10: Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét hai biến cố A : “Bạn Bình lấy được một viên bi xanh”;

B : “Bạn An lấy được một viên bi xanh”.

Khi đó, ta có $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A|B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \approx 0,53.$$

Câu 11: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,61

Xét hai biến cố A : “Nhà tổ chức sự kiện bán hết vé”;

B : “Trời mưa vào buổi biểu diễn”.

Khi đó, ta có $P(B) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,4$; $P(A|B) = 0,45$; $P(A|\bar{B}) = 0,85$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,45 + 0,4.0,85 = 0,61.$$

Câu 12: Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X , phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”, B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$. Do đó xác suất để

người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B|A) = 99\% = 0,99$. Xác suất kết

quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Câu 13: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

Khi đó ta có $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$ (vì hộp thứ hai có 4 bi xanh và 7 bi đỏ).

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$ (vì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 8 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{21}{55} + \frac{3}{5} \cdot \frac{28}{55} = \frac{126}{275}.$$

Câu 14: Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét các biến cố:

A : “Chọn được người không bị tiểu đường”

B : “Chọn được người cao tuổi là nam”

$\bar{B}$: “Chọn được người cao tuổi là nữ”

Từ giả thuyết ta có $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48; \quad P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,52 \cdot 0,6 + 0,48 \cdot 0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Câu 15: Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: 0,04; 0,03. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II . Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.

Lời giải

Trả lời: 0,47

Ta xét các biến cố

A : “Linh kiện được lấy ra là phế phẩm”

B : “Linh kiện lấy ra từ nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Linh kiện lấy ra từ nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\overline{B}) = \frac{120}{200} = 0,6$; $P(A|B) = 0,04$;

$$P(A|\overline{B}) = 0,03$$

Theo công thức toàn phần xác suất lấy linh kiện là phé phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,4.0,04 + 0,6.0,03 = 0,034.$$

Mặt khác theo công thức Bayes xác suất linh kiện phé phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,04}{0,034} = \frac{8}{17} \approx 0,47$$

Câu 16: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là 0,9 và 0,7. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,24

Gọi A là biến cố “viên đạn trúng đích”.

B_1 là biến cố “chọn xạ thủ loại I bắn”.

B_2 là biến cố “chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$P(B_1) = \frac{2}{10} = 0,2; P(A|B_1) = 0,9.$$

$$P(B_2) = \frac{8}{10} = 0,8; P(A|B_2) = 0,7.$$

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{0,9.0,2}{0,74} = \frac{9}{37} \approx 0,24.$$

Câu 17: Cho hộp I chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh, hộp II chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Nếu chọn một hộp ngẫu nhiên và lấy ra một quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó thuộc về hộp I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,69

Gọi A là biến cố “quả bóng được chọn màu đỏ”.

B_1 là biến cố “chọn hộp I”.

$$\text{Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp I là } P(A|B_1) = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Xác suất chọn được hộp I là } P(B_1) = \frac{1}{2}.$$

B_2 là biến cố “chọn hộp II”.

$$\text{Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp II là } P(A|B_2) = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Xác suất chọn được hộp II là } P(B_2) = \frac{1}{2}.$$

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{24}.$$

Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{13}{24}} = \frac{9}{13} \approx 0,69.$$

Câu 18: Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

Lời giải

Trả lời: 0,3

Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất rút ra được thẻ ghi số nguyên tố”;

B : “Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố”.

Từ 1 đến 50 có 15 số nguyên tố là: 2;3; 5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47.

nên $P(A) = \frac{15}{50} = 0,3$ và $P(\overline{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Vì rút không hoàn lại nên $P(B|A) = \frac{14}{49}$, và $P(B|\overline{A}) = \frac{15}{49}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = 0,3 \cdot \frac{14}{49} + 0,7 \cdot \frac{15}{49} = 0,3.$$

Câu 19: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,58

Xét các biến cố:

A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc”;

B : “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”.

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\overline{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\overline{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68 = \frac{17}{25}$.

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là $\frac{17}{25}$.

Câu 20: Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố H, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,7 và 0,2. Xác suất có mưa vào buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

Lời giải

Trả lời: 0,25

Gọi A là biến cố “Buổi sáng bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng trời mưa”

Do xác suất tắc đường khi trời mưa là 0,7 nên $P(A|B) = 0,7$.

Do xác suất tắc đường khi trời không mưa là 0,2 nên $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

Do xác suất trời mưa vào buổi sáng là 0,1 nên $P(B) = 0,1$; xác suất trời không mưa là $P(\bar{B}) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất bị tắc đường là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,25.$$

Câu 21: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường (đơn vị %). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 81,5

Bóng đèn tốt sau kiểm định được đưa ra thị trường gồm hai loại: Bóng đèn đạt tiêu chuẩn và bóng đèn không đạt tiêu chuẩn.

Gọi A là biến cố “Bóng đèn thuộc loại đạt tiêu chuẩn”.

Ta có: $P(A) = 0,9$; $P(\bar{A}) = 0,1$.

Gọi H là biến cố “Bóng đèn được đưa ra thị trường”

Ta có: $P(H|A) = 0,9$; $P(H|\bar{A}) = 0,05$.

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(H) = P(A).P(H|A) + P(\bar{A}).P(H|\bar{A}) = 0,9 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,05 = 0,815.$$

Vậy tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường là 81,5%.

Câu 22: Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.

Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,38

Gọi A là biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk”.

Gọi B là biến cố “Có xem quảng cáo của Vinamilk”.

Khi đó ta tính $P(A|B)$ tức là tính xác suất biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk khi đã xem quảng cáo”.

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.

Ta có xác suất của biến cố A là: $P(A) = 25\% = \frac{1}{4}$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = 40\% = \frac{2}{5}$.

Xác suất khách hàng xem quảng cáo khi đã mua sản phẩm của Vinamilk: $P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5}$

Xác suất khách hàng mua sản phẩm khi xem quảng cáo là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{8}.$$

Câu 23: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,56

Gọi A : “viên bi được lấy ra có đánh số”

Và B : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16} \approx 0,56$$

Câu 24: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A : “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B : “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

» $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

» $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

$$A00 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7.$$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

Câu 25: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,64

Xét A : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Và B : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

$$\text{Ta có } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

» Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào

$$\text{chuồng I. Có } n(\Omega) = C_{10}^1, n(A) = C_3^1 \text{ Vậy } P(A) = \frac{3}{10}.$$

$$\text{» Tính } P(\bar{A}): P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}.$$

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều

kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I,

Tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

$$\text{Tương tự như trên ta có } P(B|A) = \frac{11}{16}.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã

chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.

Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64375.

Câu 26: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,89

Xét biến cố A : “Máy bay xuất hiện ở vị trí X ”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y ”. Xét biến cố B : “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|\bar{A}) = 0,8.$$

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888$.

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.